4. demonstrační cvičení

Příklad 1. *Rozhodněte, zda je funkce*

$$f(x,y)=\sqrt{|xy|}$$

diferencovatelná v $[0,0]$.

Příklad 2. *Určete diferenciál funkce*

$$f(x,y)=\arcsin\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

v bodě $[1,\sqrt{3}]$.

Příklad 3. *Pomocí diferenciálu přibližně vypočtěte:*

a) $\arcsin\frac{0{,}48}{1{,}05}$,

b) $1,04^{2{,}02}$.

Příklad 4. *Určete rovnici tečné nadroviny ke grafu funkce v daném bodě:*

a) $f(x,y)=x^2+xy+2y^2, \quad [x_0,y_0,z_0]=[1,1,?]$,

b) $f(x,y)=\operatorname{arctg}\frac{y}{x}, \quad [x_0,y_0,z_0]=[1,-1,?]$.

Příklad 5. *Na kuželosečce o rovnici* $3x^2+6y^2-3x+3y-2=0$ *najděte všechny body, v nichž je normála k této kuželosečce rovnoběžná s osou prvního kvadrantu. Pro každý nalezený bod zapište obecnou rovnici tečny k dané křivce v tomto bodě.*

Příklad 6. *K elipsoidu o rovnici* $x^2+2y^2+z^2=1$ *veďte tečné roviny rovnoběžné s rovinou o rovnici* $x-y+2z=0$.

Příklad 7. *Určete Taylorův polynom 2. stupně se středem v daném bodě:*

a) $\ln\sqrt{x^2+y^2}, \quad [x_0,y_0]=[1,1]$,

b) $x^{\frac{y}{z}}, \quad [x_0,y_0,z_0]=[1,1,1]$.

Příklad 8. *Pomocí Taylorova polynomu 2. stupně přibližně vypočtěte*

a) $\sin 29^\circ \operatorname{tg} 46^\circ$,

b) $\ln(x^2 + y^2 + 1)$ *v bodě* $[1,1; 1,2]$.

Příklad 9. *Ukažte, že funkce* $f(x, y) = e^x \sin(y) + e^y \sin(x)$ *definuje předpisem* $f(x, y) = 1$ *pro* $[x, y] \in \langle 0, \frac{\pi}{2}\rangle \times \langle 0, \frac{\pi}{2}\rangle$ *implicitně proměnnou* y *jako funkci proměnné* x*. Určete* $f'(x)$*.*

Příklad 10. *Rozhodněte, zda křivka* $x^3 + y^3 - 2xy = 0$ *leží v okolí bodu* $[1, 1]$ *nad (nebo pod) svojí tečnou.*

Příklad 11. *Rozhodněte, zda plocha daná v okolí* $[1, 0, 1] \in E_3$ *rovnicí* $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz - x - y - z = 0$ *leží v bodě* $[1, 0, 1]$ *nad nebo pod tečnou rovinou.*

Příklad 12. *Pomocí vrstevnic funkce*

$$f(x, y) = |x| + |y|$$

určete její největší a nejmenší hodnotu na množině $M : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$.

Příklad 13. *Určete absolutní extrémy funkce*

$$f(x, y, z) = x + 2y + 3z$$

množině $M : x^2 + y^2 \leq z \leq 1$.