

Democvičení
M/B101 - jaro 2012
10. prosince 2012

Příklad 1. Kolika způsoby je možné koupit 12 balíčků kávy, mají-li v prodejně kávu pěti druhů?

1. od každé kávy je třeba koupit alespoň dva balíčky
2. od každé kávy má být koupen sudý počet balíčků
3. jedné z káv jsou k dispozici pouze 3 balíčky

Příklad 2. Určete kolika způsoby je možné naplnit tašku 20 kusy uvedených druhů ovoce, přičemž jednotlivé kusy téhož druhu nerozlišujeme, nemusí být využity všechny druhy a navíc:

1. jablek může být libovolný počet
2. hrušek musí být sudý počet
3. manga mohou být nejvýše 2
4. pomelo bude alespoň jedno

Příklad 3. Máme v peněžence 4 korunové mince, 5 dvoukorunových a 3 pětikorunové. Z automatu, který nevrací, chceme Colu za 22 Kč. Kolika způsoby to umíme, aniž bychom ztratili přeplatek?

Příklad 4. Najděte řešení rekurentní rovnice $x_n = 5x_{n-1} - 6x_{n-2}$ splňující počáteční podmínky $x_1 = 2$; $x_2 = 3$.

Příklad 5. Najděte všechny posloupnosti splňující rekurentní vztah $x_n = 4x_{n-1} - 4x_{n-2}$ a počáteční podmínky $x_1 = 1$ a $x_2 = 4$.

Příklad 6. Řešte rekurenci

$$B_{n+3} = 4B_n - 8B_{n+1} + 5B_{n+2},$$

s počátečními podmínkami $B_0 = 0$, $B_1 = 1$, $B_2 = 2$.

Příklad 7. Určete, kolika způsoby je možné utratit n mincí, pokud každý den koupím právě jednu z věcí: pamlsek pro psa (1 mince), hračku pro psa (2 mince), vodítko (2 mince).

Příklad 8. Ukažte, že pro libovolné přirozené číslo n je číslo

$$A = \left(\frac{3 - \sqrt{13}}{2} \right)^n + \left(\frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right)^n$$

Příklad 9. Kolika způsoby lze beze zbytku pokrýt šachovnici o rozměru $2 \times n$ kostkami o rozměru 2×1 .