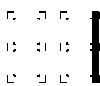
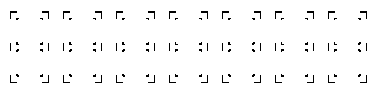
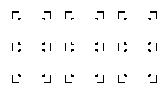


Jméno:

Skupina: A

Místnost:

2. zkouška

*příklad**učo**body*

0123456789

Extrémy (5 bodů): Krabice ve tvaru kvádru je umístěna v prvním **Příklad 1** oktantu ($x, y, z \geq 0$) tak, že jeden vrchol je umístěn v počátku a s ním incidentní stěny leží v souřadných rovinách. Protější vrchol $V = [x, y, z]$ leží na ploše $2x^2 + 5y^2 + z = 1$.

- (a) Zapište vztah pro objem $f(x, y)$ kvádru v závislosti na x, y a explicitně vyjádřete přípustný obor pro hodnoty x, y .
- (b) Nalezněte maximum f pro hodnoty x, y v přípustném oboru (nezapomeňte zdůvodnit, že jde skutečně o globální maximum).

Jméno:

Skupina: A

Místnost:

2. zkouška

0001

příklad

2

učo

body

0123456789

Integrální počet (6 bodů): Uvažujte oblast M v 1. kvadrantu omezenou **Příklad 2** grafy funkcí $y = \frac{x^2}{6}$, $y = 2x^2$, $xy = 3$ a $xy = 6$.

- Vypočtete Jacobián transformace $u = x^2/y$, $v = xy$ a vyjádřete $dx dy$ pomocí $du dv$.
- Vypočtete obsah oblasti M pomocí integrace v souřadnicích uv (tedy po výše uvedené transformaci).
- Výsledek z části b) vyjádřete jako lineární kombinaci prvků množiny $\{\ln n; n \in \mathbb{N}\}$ s celočíselnými koeficienty.

Jméno:

Skupina: A

Místnost:

2. zkouška

0001

příklad

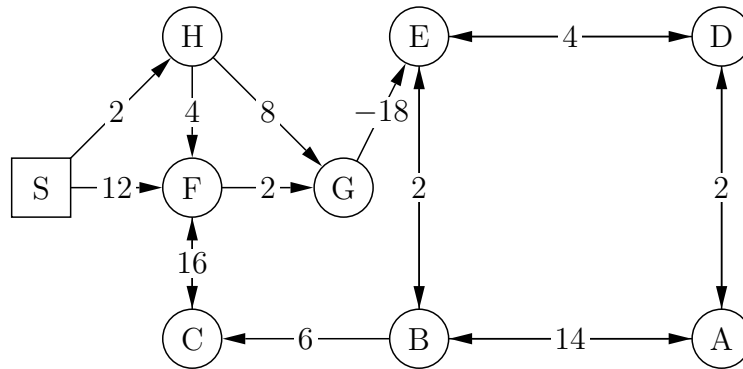
3

učo

body

0123456789

Grafy (5 bodů): Užijte Bellman-Fordův algoritmus k nalezení nejkratších cest z vrcholu S do všech ostatních vrcholů. Hrany procházejte v **abecedním pořadí** dle počátečního (v případě shodnosti dle koncového) vrcholu. Vhodným způsobem zapisujte jednotlivé průchody algoritmu, **aby bylo možné Váš postup rekonstruovat**. Uveďte, jak zjistíte (ne)existenci záporného cyklu. Zakreslete strom nejkratších cest z S do ostatních vrcholů a uveďte, na základě jakých dat je konstruován. **Příklad 3**



Jméno:

Skupina: A

Místnost:

2. zkouška

0001

příklad

4

*učo**body*

0123456789

Grafy (4 body):

Příklad 4

- Zformulujte Diracovu a Oreho větu o hamiltonovských grafech a udejte příklad grafu, který vyhovuje předpokladům Oreho věty, ale nikoliv věty Diracovy.
- Dokažte, že je-li G rovinný na alespoň 11 vrcholech, potom jeho doplněk rovinný není.
- Udejte příklad (a zdůvodněte jeho správnost) souvislého grafu se šesti vrcholy, který není eulerovský a je hamiltonovský.
- Rozhodněte, zda existuje pěstěný strom s kódem 000101110001101011. Pokud neexistuje, zdůvodněte proč, v opačném případě jej nakreslete.

Jméno:

Skupina: B

Místnost:

2. zkouška

0002

příklad

|

učo

body

0123456789

Extrémy (5 bodů): Krabice ve tvaru kvádru je umístěna v prvním **Příklad 1** oktantu ($x, y, z \geq 0$) tak, že jeden vrchol je umístěn v počátku a s ním incidentní stěny leží v souřadných rovinách. Protější vrchol $V = [x, y, z]$ leží na ploše o rovnici $3x^2 + 4y^2 + z = 1$.

- (a) Zapište vztah pro objem $f(x, y)$ kvádru v závislosti na x, y a explicitně vyjádřete přípustný obor pro hodnoty x, y .
- (b) Nalezněte maximum f pro hodnoty x, y v přípustném oboru (nezapomeňte zdůvodnit, že jde skutečně o globální maximum).

Jméno:

Skupina: B

Místnost:

2. zkouška

0002

příklad

2

učo

body

0123456789

Integrální počet (6 bodů): Uvažujte oblast M v 1. kvadrantu omezenou **Příklad 2** grafy funkcí $y = \frac{x^2}{3}$, $y = 4x^2$, $xy = 2$ a $xy = 5$.

- (a) Vypočtete Jacobián transformace $u = x^2/y$, $v = xy$ a vyjádřete $dx dy$ pomocí $du dv$.
- (b) Vypočtete obsah oblasti M pomocí integrace v souřadnicích uv (tedy po výše uvedené transformaci).
- (c) Výsledek z části b) vyjádřete jako lineární kombinaci prvků množiny $\{\ln n; n \in \mathbb{N}\}$ s celočíselnými koeficienty.

Jméno:

Skupina: B

Místnost:

2. zkouška

0002

příklad

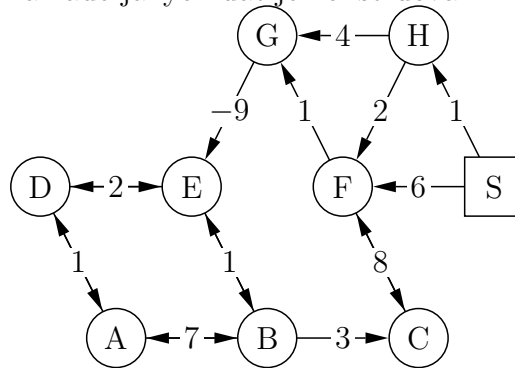
3

učo

body

0123456789

Grafy (5 bodů): Užijte Bellman-Fordův algoritmus k nalezení nejkratších cest z vrcholu S do všech ostatních vrcholů. Hrany procházejte v abecedním pořadí dle počátečního (v případě shodnosti dle koncového) vrcholu. Vhodným způsobem zapisujte jednotlivé průchody algoritmu, aby bylo možné Váš postup rekonstruovat. Uveďte, jak zjistíte (ne)existenci záporného cyklu. Zakreslete strom nejkratších cest z S do ostatních vrcholů a uveďte, na základě jakých dat je konstruován. **Příklad 3**



Jméno:

Skupina: B

Místnost:

2. zkouška

0002

příklad

4

*učo**body*

0123456789

Grafy (4 body):

Příklad 4

- (a) Rozhodněte, zda existuje pěstěný strom s kódem 0010000011011010011100101111.
Pokud neexistuje, zdůvodněte proč, v opačném případě jej nakreslete.
- (b) Udejte příklad (a zdůvodněte jeho správnost) souvislého grafu se šesti vrcholy, který je eulerovský a není hamiltonovský.
- (c) Určete všechna možná skóre grafů na 6 vrcholech, z nichž čtyři vrcholy mají předepsané stupně 5, 5, 3, 2.
- (d) Uveďte Eulerovu formuli pro souvislé rovinné grafy a s jejím využitím dokažte omezení $|E| \leq 3|V| - 6$ pro počet hran v závislosti na počtu vrcholů v souvislém rovinném grafu.