
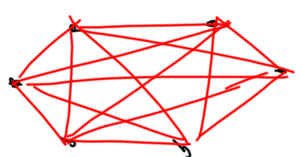


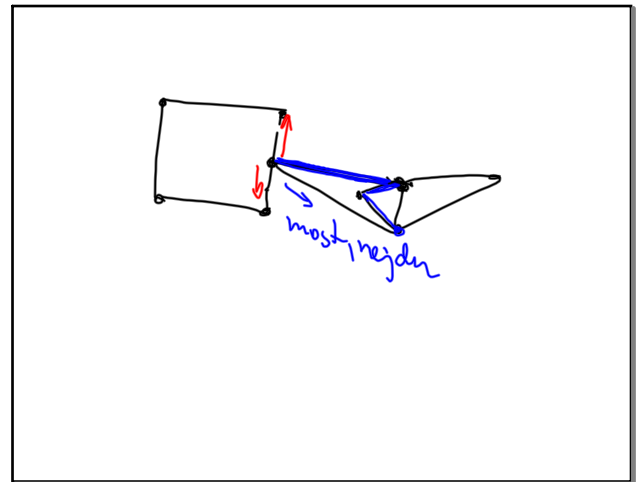
11 21-11:58

Dle: eulerovský \Leftrightarrow souvislý a $\forall v \in V: \deg(v) \text{ je sudé}$
 \Rightarrow 'zřejmě'
 \Leftarrow uvědomme si, že existují možnosti délky w
 $N_0, e_1, N_1, e_2, \dots, N_{w-1}, e_w, N_w$
 ukážeme, že je uzavřený a eulerovský.
 uzavřený: sporem: $N_0 \neq N_w$. Na dráhu je třeba
 počít hrany vycházející z $N_0 \Rightarrow \exists e = \{N_0, N_1\}$,
 která není na tahu $\Rightarrow N_0, e, N_1, e_1, \dots, N_{w-1}, e_{w-1}, N_w$
 je delší, což je spor.
 eulerovský: a) tak obsáhle všechny hrany.
 [sporem: \exists hrana e , která není na tahu,
 pak lze souvislost přerušit,
 ex. cesta z N_0 do N_0 neobsahuje e ,
 hrany z tahu \Rightarrow prodloužit tahu
 $N_0, \dots, N_{w-1}, e_1, \dots, N_w$. Spor
 b) tak obsáhle všechny hrany

 předp. $\exists e \in E$ která není
 na tahu (uzavřený) (prodloužit ušáci
 hrany)
 \Rightarrow prodloužit tahu 1, 2, 3

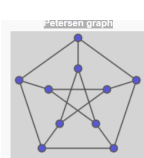
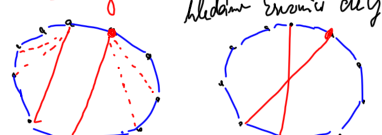
11 21-12:10

CPP: sudý počet vrcholů lichý počet
 & stupňů

 V tomto případě zvažujeme přechod
 \Rightarrow hrany w K_5
 ohodnocení délkami nejkratší dráhy
 mezi přechodem dvojic vrcholů
 CPP: eulerovské dráhy + all-pairs shortest paths
 + minimální párování (podobný)

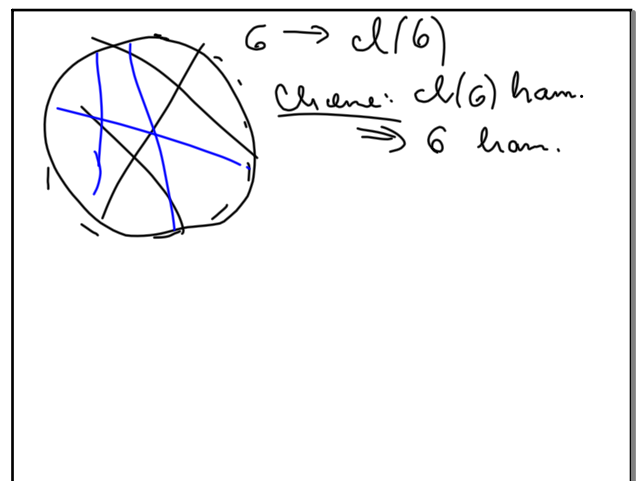
11 21-12:20



11 21-12:33


 3-regularní s 10 vrcholy
 ($\forall v \in V: \deg(v) = 3$),
 nejmenší možná
 délka 5.
 Dle, že není hamiltonovský.
 Uvědomme si, že graf s 10 vrcholy, který je
 3-regularní,
 hledáme existenci délky ≤ 5

 všechny nadřídíme existenci délky 3, resp. 1,
 jediný případ zbyvá, je tzv. Hamilton
 zkratka, kde rovněž máme existenci délky 4.

11 21-12:42



11 21-12:55

uvažme vrchol sousedi s n ,
jeho předešlého sousedi s n'
(jinak máme hran. kružnici $n \in G$)

souse n	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
souse n'	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	

nesmí nastat!
 $\Rightarrow \deg(n) + \deg(n') \leq n-1$
SPOK

11 21-13:03

Lemma o výskytu stromů:
a) G uvažme nejdelší cedu $P \in T$;
má 2 koncové vrchy n, n' .
Tvrdíme, že jsou do cedy $n-T$.

Předp. $\exists n' : \{n, n'\} \in E$
a) $n \in P \Rightarrow$ kružnice $n-T$, SPOK
b) $n \notin P \Rightarrow P$ není nejdelší, SPOK \square

11 21-13:13

a) G strom $\Leftrightarrow G \setminus \{v\}$ strom
 $\Rightarrow G$ needs. kroužnici $\Rightarrow G \setminus \{v\}$ kroužnici
 G souvislý $(\forall x, y \exists \text{ ceta } x \text{ do } y)$
 $\Rightarrow G \setminus \{v\}$ souvislý
($x, y \in V_{G \setminus \{v\}} : \exists \text{ ceta } x \text{ do } y$ stejné jako v G)

$\Leftarrow G \setminus \{v\}$ souvislý $\Rightarrow G$ souvislý
 $x \neq v, y \neq v \Rightarrow$ ceta z x do y v G stejné jako v $G \setminus \{v\}$.

$x = v, y \neq v \Rightarrow \exists e = \{v, n\}$, $e \in G$.
ceta z n do y v $G \setminus \{v\}$.

$x = v, y = v$ je ceta z x do y v G .

$G \setminus \{v\}$ needs. kroužnici $\Rightarrow G$ needs. kroužnici

obměna: G obs. kroužnici na ul. velení n
 $\Rightarrow G$ obs. kroužnici

11 21-13:17

DT charakterizací vět o stromech:
uvažme postupně ① \Rightarrow ②, ② \Rightarrow ③, ③ \Rightarrow ④, ④ \Rightarrow ⑤, ⑤ \Rightarrow ⑥, ⑥ \Rightarrow ⑦, ⑦ \Rightarrow ⑧

1 \Rightarrow 2 souvislost \Rightarrow ceta, každý \exists ceta z v do $w \Rightarrow$ kroužnici

1 \Rightarrow 3 indukční pouhčí L o výskytu:
 G strom $\Rightarrow G$ strom (zde platí IP)
srdce tj. vjímání hran z G v stromě souvislost
 \Rightarrow vjímání hran z G stromě souvislost
v G ex. ceta z v do w (tj. přidání hran $\{x, y\}$ dodekame kroužnici)

1 \Rightarrow 5: indukční: G strom \Rightarrow jeho list; $G' = (V', E')$
IP pro G' : $|V'| = |E'| + 1$ $V' = V - n$
 $|V| - 1 = |E| - 1 + 1$ $E' = E - \{n\}$
 $\Rightarrow |V'| = |E'| + 1$

11 21-13:27

2 \Rightarrow 1: zřejmé obměna (2 ceta \Rightarrow kroužnici)
3 \Rightarrow 1 obměna: každý obs. kroužnici \Rightarrow
v jímání neřadí hran kroužnici
neztratíme souvislost

4 \Rightarrow 1: chceme dok. souvislost, zřejmé z předp

5 \Rightarrow 1: souvislost + Euler \Rightarrow strom
ex. list: $\nexists n : \deg(n) = 0$
každý $\text{tr} : \deg(n) \geq 2 \Rightarrow |E| = \sum \deg$
 $\geq |V| \cdot 2$
spos. $\geq |V| \cdot 2$

zbytek snadno indukční: $G \setminus n$ je strom
 $\Rightarrow G$ je strom

11 21-13:36