

6. demonstrační cvičení

Příklad 1. Vypočtete $\iint_M xy \, dx \, dy$, kde M je oblast $1 \leq x \leq 4, \frac{1}{x} \leq y \leq \sqrt{x}$.

Příklad 2. *Převeďte dvojný integrál $\iint_A f(x, y) \, dA$ na dvojnásobný (obě možnosti pořadí integrace) pro množinu A ohraničenou přímkami $y = x, y = x - 3, y = 2, y = 4$. Ověřte (přímo nebo s využitím SW např. *MAW*) rovnost výsledku pro konkrétní funkci $f(x, y) = y$.*

Příklad 3. Zaměňte pořadí integrace $\int_0^1 \int_{2x}^{3x} f(x, y) \, dy \, dx$.

Příklad 4. Vypočtete integrál

$$\iint_A (x + y) \, dx \, dy,$$

kde A je ohraničena grafy funkcí $y = x^2, y = x$.

Příklad 5. *Vypočtěte integrál*

$$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \int_y^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} y^2 \sin x^2 \, dx \, dy.$$

Příklad 6. Vypočítejte objem tělesa ohraničeného souřadnými rovinami a plochami $z = x^2 + y^2$, $x + y = 1$.

Příklad 7. *Vypočtete integrál*

$$\iint_A 2(x^2 + y^2) \, dA,$$

kde $A = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq |x|\}$.

Příklad 8. *Spočtěte integrál*

$$\int_0^1 \int_{-\sqrt{x-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy dx.$$

Příklad 9. Pomocí vhodné transformace souřadnic vypočtěte integrál $\iint_A \sqrt{xy} \, dx \, dy$, kde množina A je ohraničena křivkami

$$y^2 = 2x, \quad y^2 = x, \quad xy = 1, \quad xy = 2.$$