

Jméno:

Skupina: A

Místnost:

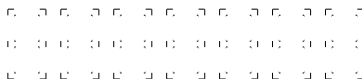
2. zkouška



příklad



učo



body



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pravděpodobnost (8 bodů):

Příklad 1

- (a) Necht' jsou  $X_1, X_2$  stochasticky nezávislé náhodné veličiny s normovaným normálním rozdělením. Určete rozdělení transformované náhodné veličiny  $Y = 1 - 2X_1 + 5X_2$  a najděte její dolní kvartil. Dále vypočtěte  $E(X_1 \cdot Y)$ . (4)
- (b) Ke každému jogurtu „běžné značky“ je náhodně (rovnoměrně) přibalen obrázek některého ze 17 fotbalových reprezentantů. Kolik jogurtů si musí Honzík koupit, aby s pravděpodobností 0,95 získal alespoň 3 kartičky Petra Čecha? (4)

Jméno:

Skupina: A

Místnost:

2. zkouška

0001

příklad

2

učo

body

0123456789

Integrály (7 bodů):

Příklad 2

- (a) Určete hmotnost tělesa, které je tvořeno částí mezikruží  $1 < x^2 + y^2 < 9$  ležící v horní polorovině ( $y \geq 0$ ), je-li hustota  $\rho(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$ .
- (b) Uvažujte oblast  $M$  v 1. kvadrantu, omezenou grafy funkcí  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $y = 6x^2$ ,  $xy = 3$  a  $xy = 5$ . Vypočtěte Jacobián transformace  $u = x^2/y$ ,  $v = xy$ , vyjádřete  $dx dy$  pomocí  $du dv$  a vypočtěte obsah oblasti  $M$  pomocí integrace v souřadnicích  $uv$  (tedy po výše uvedené transformaci).

Jméno:

Skupina: A

Místnost:

2. zkouška

0001

příklad

3

učo

body

0123456789

Vlastnosti funkcí (5 bodů) : Uvažte funkci  $f(x, y) = xy^2 - 2y$ .

Příklad 3

- (a) Zapište diferenciál  $df$  (jako funkci  $dx, dy$ ) v bodě  $[1, 3]$ .
- (b) Zapište rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f$  v bodě  $[1, 3, ?]$ .
- (c) Pomocí lineární aproximace odhadněte hodnotu  $f(0,9; 3,1)$ .
- (d) Určete směrovou derivaci  $f$  v bodě  $[1, 3]$  ve směru vektoru  $(-1, 1)$ .
- (e) Uveďte příklad funkce  $g(x, y)$  spojitě na  $\mathbb{R}^2$  takové, že funkce  $\frac{f(x,y)}{g(x,y)}$  není v bodě  $[1, 3]$  spojitá (nebo dokažte, že neexistuje).

Jméno:

Skupina: B

Místnost:

2. zkouška

0002

příklad

|

učo

body

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pravděpodobnost (8 bodů):

Příklad 1

- (a) Necht' jsou  $X_1, X_2$  stochasticky nezávislé náhodné veličiny s normovaným normálním rozdělením. Určete rozdělení transformované náhodné veličiny  $Y = -2 - 3X_1 + 5X_2$  a najděte její horní kvartil. Dále vypočtete  $E(Y \cdot X_2)$ . (4)
- (b) Náhodně vybraná konzerva v armádním skladu je vadná s pravděpodobností 0,2. Kolik konzerv musí zásobovací důstojník ze skladu vzít, aby mezi nimi bylo s pravděpodobností 0,99 alespoň 80 bezvadných konzerv. (Předpokládejte, že konzervy jsou vydávány náhodně). (4)

Jméno:

Skupina: B

Místnost:

2. zkouška

0002

příklad

2

učo

body

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Integrály (7 bodů):

Příklad 2

- (a) Určete hmotnost tělesa, které je tvořeno částí mezikruží  $4 < x^2 + y^2 < 16$  ležící v polorovině  $x \geq 0$ , je-li hustota v bodě  $[x, y]$  rovna  $\frac{x}{x^2+y^2}$ .
- (b) Uvažujte oblast  $M$  v 1. kvadrantu, omezenou grafy funkcí  $y = \frac{x^2}{3}$ ,  $y = 4x^2$ ,  $xy = 2$  a  $xy = 5$ . Vypočtěte Jacobián transformace  $u = x^2/y$ ,  $v = xy$ , vyjádřete  $dx dy$  pomocí  $du dv$  a vypočtěte obsah oblasti  $M$  pomocí integrace v souřadnicích  $uv$  (tedy po výše uvedené transformaci).

Jméno:

Skupina: B

Místnost:

2. zkouška

0002

příklad

3

učo

body

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Vlastnosti funkcí (5 bodů) : Uvažte funkci  $f(x, y) = \frac{x^2 y - x}{2y - 1}$ .

Příklad 3

- Zapište diferenciál  $df$  (jako funkci  $dx, dy$ ) v bodě  $[1, 2]$ .
- Zapište rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f$  v bodě  $[1, 2, ?]$ .
- Pomocí lineární aproximace odhadněte hodnotu  $f(1, 1; 1, 8)$ .
- Určete směrovou derivaci  $f$  v bodě  $[1, 2]$  ve směru vektoru  $(1, -1)$ .
- Uveďte příklad funkce  $g(x, y)$  takové, že funkce  $f(x, y) \cdot g(x, y)$  je spojitá na celém  $\mathbb{R}^2$  (nebo dokažte, že neexistuje).