

Jméno:

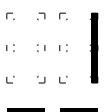
Skupina: A

Místo: D1

4. zkouška



příklad



učo



body



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Náhodné veličiny (7 bodů):

Příklad 1

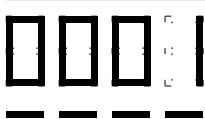
- (a) Zapište definici rozptylu spojité náhodné veličiny. (1)
- (b) Spojitá náhodná veličina X má hustotu $f_X(x) = \frac{3}{x^4}$ pro $x \in (1, \infty)$ a jinde nulovou. Určete její distribuční funkci, střední hodnotu a rozptyl. (3)
- (c) Hmotnost jedné porce kávy považujeme za náhodnou veličinu s normálním rozdělením $N(6g; 1,196g^2)$. Určete pravděpodobnost, že k přípravě 16 porcí kávy postačí jeden 100g balíček. (3)

Jméno:

Skupina: A

Místo: D1

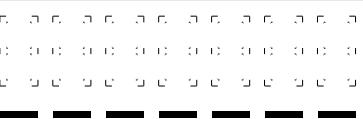
4. zkouška



příklad



učo



body



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Diferenciální počet (8 bodů):

Příklad 2

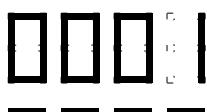
- (a) K elipsoidu o rovnici $3x^2 + y^2 + 2z^2 = 1$ veděte tečné roviny rovnoběžné s rovinou o rovnici $x - y + 2z = 13$.
- (b) Určete maxima a minima funkce $z(x, y) = \sin x \cdot \sin y \cdot \sin(x + y)$ na množině $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x, y \leq \pi\}$. Hodnoty funkce v bodech nabývání extrémů vyčíslte a zdůvodněte, že se skutečně jedná o absolutní extrémy (včetně vyšetření funkce na hranici).

Jméno:

Skupina: A

Místo: D1

4. zkouška



příklad



učo



body



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Integrály (5 bodů): S využitím integrálního počtu určete souřadnice těžiště obecného lichoběžníku s vrcholy o souřadnicích

$A = [0, 0]$, $B = [b, 0]$, $C = [c, v]$, $D = [d, v]$. Předpokládejte přitom, že $0 < d < c < b$ a $0 < v$. Obsah lichoběžníku nemusíte počítat pomocí integrace, ale můžete použít známý vzorec.

Příklad 3

Jméno:

Skupina: B

Místnost: D1

4. zkouška

The image shows five black geometric shapes. There are four smaller L-shaped blocks arranged in a row, each consisting of a vertical bar and a horizontal bar meeting at their top-left corner. To the right of these four L-shaped blocks is a larger, single black shape that resembles the number '2'.

příklad

□ □ □

učo

æ æ æ æ æ æ æ æ æ
œ œ œ œ œ œ œ œ œ
œ œ œ œ œ œ œ œ œ

body

6 6 6 6 6
6 6 6 6 6
6 6 6 6 6

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Náhodné veličiny (7 bodů):

Příklad 1

- (a) Zapište definici střední hodnoty diskrétní náhodné veličiny. (1)

(b) Náhodná veličina X má hustotu $f_X(x) = \frac{2}{x^3}$ pro $x \in (1, \infty)$ a jinde nulovou. Určete její distribuční funkci, střední hodnotu a rozptyl. (3)

(c) Hmotnost jedné porce kávy považujeme za náhodnou veličinu s normálním rozdělením $N(3g; \frac{16}{9}g^2)$. Určete pravděpodobnost, že k přípravě 32 porcí kávy postačí jeden 100g balíček. (3)

Jméno:

Skupina: B

Místnost: D1

4. zkouška

A row of seven black rectangular frames arranged horizontally. The first six frames are identical, each containing a white rectangle with a black border. The seventh frame is a larger, stylized letter 'E' shape.

příklad

2

učo

• • • • • • • • • • • • • • •

	□	□	□	□	□	□
	□	□	□	□	□	□
<i>body</i>	□	□	□	□	□	□

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Diferenciální počet (8 bodů):

Příklad 2

- (a) K elipsoidu o rovnici $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$
 veďte tečné roviny rovnoběžné s rovinou o rovnici $x + 2y + 4z = 17$.

(b) Určete maxima a minima funkce $z(x, y) = \sin x + \cos y + \cos(x - y)$
 na množině $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x, y \leq \frac{\pi}{2}\}$. Hodnoty funkce v bodech
 nabývání extrémů vypočítejte a zdůvodněte, že se skutečně jedná o abso-
 lutní extrém (včetně vyšetření funkce na hranici).

Jméno:

Skupina: B

Místo: D1

4. zkouška

příklad

učo

body

Funkce (5 bodů) : Nechť $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; y - x^2 \leq 1; 0 \leq x \leq 1\}$.**Příklad 3**

- (a) Zobrazte M v rovině a do obrázku načrtněte vrstevnice funkce $g(x, y) = x^2 - 4y + y^2$ a výpočtem určete její největší a nejmenší hodnotu na množině M (tj. zejména určete body, v nichž dojde k dotyku vrstevnice na úrovni c s hranicí množiny M pro nejmenší, resp. největší c). (2)
- (b) Vypočtěte těžiště M (s jednotkovou hustotou). (3)