Po	9 — 11	
St	9 — 11	
Čt	9 – 11	13 – 16
Pá	10 – 12	13 – 15

příští týden, ÚMS Vondra

Příklad

Nalezněte a v rovině zobrazte definiční obor funkce

$$f(x, y) = \arccos(x^2 + y^2 - 1) + \sqrt{|x| + |y| - \sqrt{2}}.$$

Řešení

$\cos x = y \Leftrightarrow \arccos y = x$

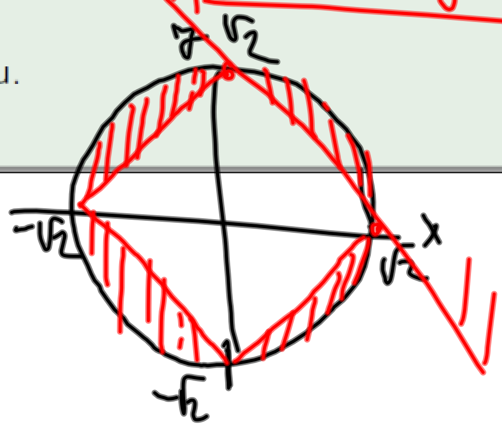
$y \in [-1, 1]$

Funkce arccos připouští argument pouze z intervalu $[-1, 1]$, odmocnina připouští pouze nezáporný argument. Definičním oborem je tedy množina bodů (x, y) vyznačená na obrázku.

$-1 \leq x^2 + y^2 - 1 \leq 1$

$\Downarrow$

$0 \leq x^2 + y^2 \leq 2$



$|x| + |y| - \sqrt{2} \geq 0$

$|x| + |y| \geq \sqrt{2}$

Příklad

Zobrazte v rovině definiční obory funkcí:

a) $f(x,y) = \sqrt{1 - (\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4})}$,

b) $f(x,y) = \frac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$;

Příklad

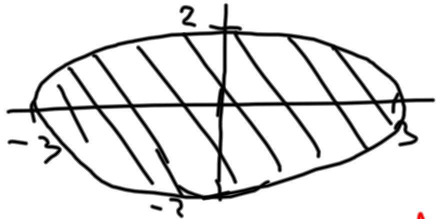
Zobrazte v rovině definiční obory funkcí:

a) $f(x,y) = \sqrt{1 - (\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4})}$,

b) $f(x,y) = \frac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$,

a) $D(f)$: $1 - \left(\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}\right) \geq 0$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1$$



elipsa

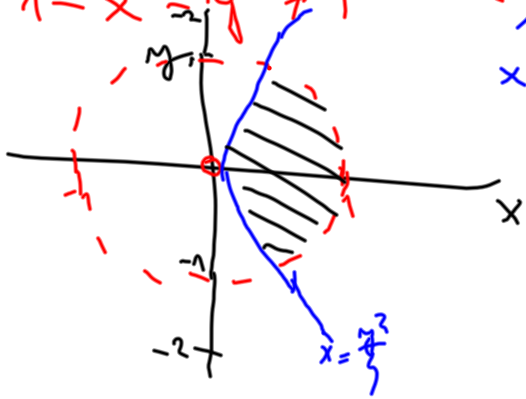
b) $4x - y^2 \geq 0 \Leftrightarrow y^2 \leq 4x \Leftrightarrow x \geq \frac{y^2}{4}$

$1 - x^2 - y^2 > 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 < 1$

$1 - x^2 - y^2 \neq 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \neq 0$

$\Updownarrow$

$x \neq 0 \vee y \neq 0$



Příklad

Určete definiční obor funkce

$$f(x,y,z) = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

(i) $-1 \le \dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}} \le 1$

(ii) $x^2+y^2 \ge 0$ ✓

(iii) $x^2+y^2 \neq 0$ ✓

$x \neq 0 \vee y \neq 0$

$-\sqrt{x^2+y^2} \le z \le \sqrt{x^2+y^2}$

1. $z \ge 0$: $\quad z \le \sqrt{x^2+y^2} \;\Big|^2$

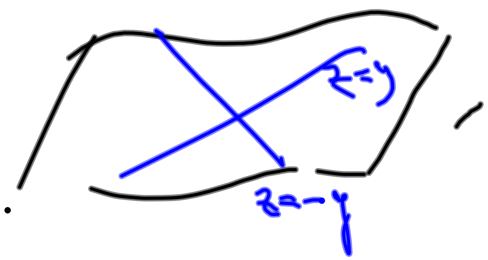
$z^2 \le x^2+y^2$

$c = z =$ konst. $\quad x^2+y^2 = c^2$ kružnice

$x = 0$: $\quad z^2 = y^2$

$z^2 - y^2 = 0$

$(z+y)(z-y) = 0$



Načrtněte vrstevnice funkcí:

a) $f(x, y) = x^2 - y^2$,

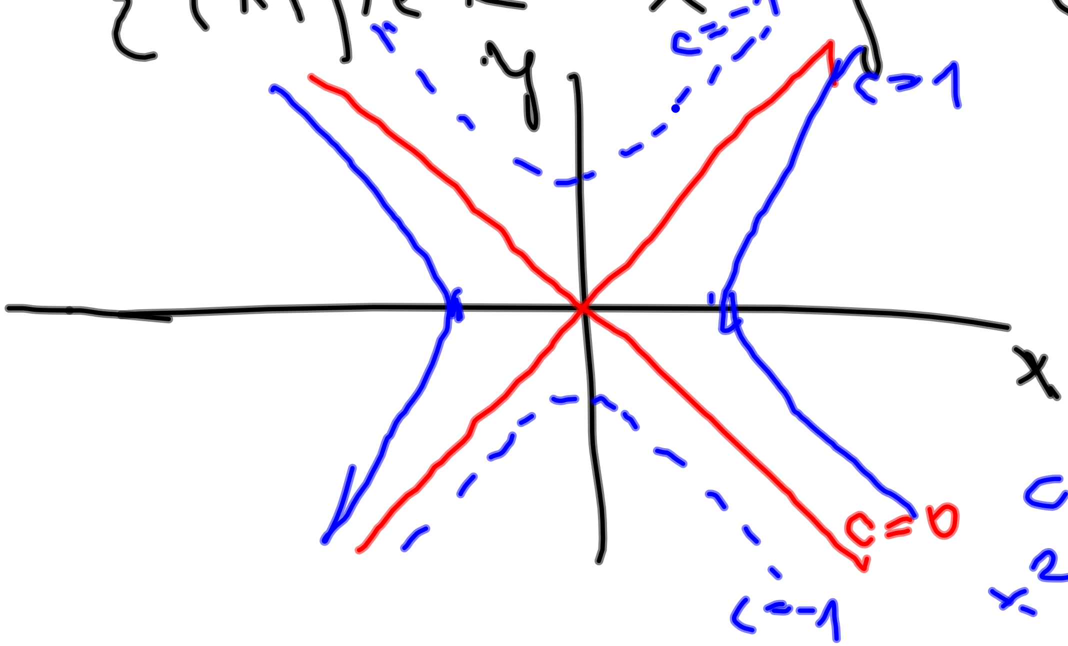
b) $f(x, y) = \sqrt{xy}$.

a) Vrstevnica na úrovni $c \in \mathbb{R}$:

$(x, y) \in \mathbb{R}^2$:

$x^2 - y^2 = c$

$$f_c = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 = c\}$$



$c = 1$

$x^2 - y^2 = 1$

$y^2 - x^2 = -1$

$c = -1$

$x^2 - y^2 = -1$