

# IB000 Úvod do informatiky — příklady na procvičení

## Sada 2 — Zadání

### Téma

Důkaz vět typu „tehdy a jen tehdy“. Množiny, vztahy mezi množinami, operace nad množinami.

### Příklad 1.

Rozhodněte, zda 1 patří do množiny ( $\mathbb{R}$  značí množinu reálných čísel,  $\mathbb{Z}$  značí množinu celých čísel)

- a)  $\{1, 2, \{1\}\}$
- b)  $\{\{1\}, \{\{1\}\}\}$
- c)  $\{\{1, 2\}, \{1, \{1\}\}\}$
- d)  $\{\{\{1\}\}\}$
- e)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ je celé číslo větší než } 1\}$
- f)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ je třetí mocninou přirozeného čísla}\}$
- g)  $\{3z + 7 \mid z \in \mathbb{Z}\}$

### Příklad 2.

V termínech dělitelnosti charakterizujte prvky množiny

- a)  $\{3n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
- b)  $\{4n + 2 \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

### Příklad 3.

Výčtem prvků popište následující množiny (tj. vypište všechny jejich prvky):

- a)  $A = 2^{\{a\}}$
- b)  $B = 2^{\{a, \{a\}\}}$
- c)  $C = 2^{\{a, b, c\}}$
- d)  $D = 2^{\{a, \{b, c\}\}}$
- e)  $E = 2^{\emptyset}$
- f)  $F = 2^{\{\emptyset\}}$
- g)  $G = 2^{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}}$

### Příklad 4.

Co můžete říct o množinách  $A$  a  $B$ , když víte, že platí následující vztahy? Svá tvrzení dokažte. (Nápověda: použijte relace  $\subseteq$  a  $=$  mezi množinami, případně jiné operace nad množinami a prázdnou množinu.)

- a)  $A \cap B = A$
- b)  $A \cup B = A$
- c)  $A \setminus B = A$
- d)  $A \setminus B = \emptyset$

**Příklad 5.**

Mějme množiny  $A$  a  $B$ ,  $A \subseteq M$  a  $B \subseteq M$  pro nějakou množinu  $M$ . Ukažte, že  $A \subseteq B$  platí právě tehdy, když  $\overline{B} \subseteq \overline{A}$ .

**Příklad 6.**

Dokažte, že platí

$$\{2z + 1 \mid z \in \mathbb{Z}\} = \{2z - 1 \mid z \in \mathbb{Z}\}$$

kde  $\mathbb{Z}$  značí množinu všech celých čísel.

**Příklad 7.**

Dokažte, že pro každé  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 0$  platí

$$\overline{\bigcup_{i=1}^n A_i} = \bigcap_{i=1}^n \overline{A_i}$$

kde  $A_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  jsou libovolné množiny.

Nápověda: všimněte si podobnosti s příkladem 5 první sady.