

# IB000 Úvod do informatiky — příklady na procvičení

## Sada 4 — Zadání

### Téma

Vlastnosti funkcí. Mohutnost množin. Důkazové techniky.

### Příklad 1.

Pro následující množiny  $A$  a  $B$  rozhodněte, které tvrzení z  $|A| = |B|$ ,  $|A| < |B|$ ,  $|A| > |B|$  platí, a své tvrzení dokažte.

- a)  $A$  je množina všech sudých přirozených čísel,  $B$  je množina všech lichých celých čísel.
- b) Necht'  $m, n \in \mathbb{N}_0$ .  $A$  je množina všech přirozených čísel větších než  $m$ ,  $B$  je množina všech přirozených čísel větších než  $n$ .
- c) Necht'  $m, n \in \mathbb{N}_0$ ,  $m < n$ .  $A$  je množina všech přirozených čísel menších než  $n$ ,  $B$  je množina všech celých čísel větších než  $m$ .
- d)  $A = \mathbb{N}_0$ ,  $B$  je množina všech lichých přirozených prvočísel. Náповěda: využijte tvrzení, že ke každému prvočíslu  $p$  existuje prvočíslu  $q$ ,  $p < q$ . Zkuste toto tvrzení i dokázat.
- e)  $A = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ ,  $B = \{n^3 \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
- f)  $A = \{n^3 + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$
- g)  $A = \{n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ ,  $B = \{(m + 3)^2 \mid m \in \mathbb{N}_0\}$
- h)  $A = \mathbb{N}_0$ ,  $B = (0, 1) \subseteq \mathbb{R}$ . Množina  $B$  je tedy otevřený interval reálných čísel.

### Příklad 2.

- a) Dokažte, že pro každé  $n \in \mathbb{N}_0$ ,  $n > 1$ , existuje  $m \in \mathbb{N}_0$  takové, že  $2^m - 1 > n$ .
- b) Dokažte, že pro každé  $n \in \mathbb{N}_0$ ,  $n > 1$ , existuje  $m \in \mathbb{N}_0$  takové, že  $2^m - 1 < n$ .
- c) Dokažte, že pro každé  $n \in \mathbb{N}_0$ ,  $n > 1$ , existuje  $m \in \mathbb{N}_0$  takové, že  $2^m - 1 = n$ .