

## FORMÁLNÍ JAZYKY A AUTOMATY I

### Řešení cvičení 7.

1. Po aplikaci algoritmu pro odstranění levé rekurze a následné substituci neterminálů obdržíme následující gramatiku:

$$\begin{aligned}
 S &\longrightarrow \text{number} \mid ( S B \mid \text{number } T' \mid ( S B T' \mid \\
 &\quad \text{number } L' \mid ( S B L' \mid \text{number } T' L' \mid ( S B T' L' \mid \\
 &\quad \text{number } S' \mid ( S B S' \mid \text{number } T' S' \mid ( S B T' S' \mid \\
 &\quad \text{number } L' S' \mid ( S B L' S' \mid \text{number } T' L' S' \mid ( S B T' L' S' \\
 S' &\longrightarrow \text{and } L S' \mid \text{or } L S' \mid \text{and } L \mid \text{or } L \\
 L &\longrightarrow \text{number} \mid ( S B \mid \text{number } T' \mid ( S B T' \mid \\
 &\quad \text{number } L' \mid ( S B L' \mid \text{number } T' L' \mid ( S B T' L' \\
 L' &\longrightarrow + T L' \mid - T L' \mid + T \mid - T \\
 T &\longrightarrow \text{number} \mid ( S B \mid \text{number } T' \mid ( S B T' \\
 T' &\longrightarrow * F T' \mid / F T' \mid * F \mid / F \\
 F &\longrightarrow \text{number} \mid ( S B \\
 B &\longrightarrow )
 \end{aligned}$$

2. Zásobníkový automat akceptující  $L(G)$  je  $\mathcal{A} = (\{q\}, \{a, b, c\}, \{S, A, B, C, a, b, c\}, \delta, q, A, \emptyset)$ ,  
 $\delta(q, \varepsilon, A) = \{(q, BBC), (q, CaaB), (q, c)\}$   
 $\delta(q, \varepsilon, B) = \{(q, AabB), (q, Ba), (q, ab)\}$   
 $\delta(q, \varepsilon, C) = \{(q, cc), (q, BA), (q, \varepsilon)\}$   
 $\delta(q, a, a) = \{(q, \varepsilon)\}$   
 $\delta(q, b, b) = \{(q, \varepsilon)\}$   
 $\delta(q, c, c) = \{(q, \varepsilon)\}$

3. 
$$\begin{aligned}
 L(A) = \{ & w \in \{a_1, a_2, a_3, b_1, b_2\}^+ \mid \\
 & 3 \cdot \#_{a_1}(w) + \#_{a_2}(w) + 5 \cdot \#_{a_3}(w) + 1 = \#_{b_1}(w) + \#_{b_2}(w) \\
 & \text{a pro každý vlastní prefix } u \text{ slova } w \text{ platí} \\
 & 3 \cdot \#_{a_1}(u) + \#_{a_2}(u) + 5 \cdot \#_{a_3}(u) \geq \#_{b_1}(u) + \#_{b_2}(u) \}
 \end{aligned}$$

4. Každé pravidlo gramatiky  $H = (N, T, P, S)$ , která je v Greibachově normálním tvaru, je typu  $X \longrightarrow aY$ , kde  $X \in N$ ;  $a \in T$ ;  $Y \in N^*$ . Pro libovolné řetězky  $s, t$  takové, že  $s \Longrightarrow_H t$ , je počet terminálních symbolů v slově  $t$  (označujeme  $\#_T(t)$ ) právě o jedno větší, než v slově  $s$ . Když tedy  $r_0 = S \Longrightarrow_H r_1 \Longrightarrow_G r_2 \dots \Longrightarrow_G r_k = r$  je odvození slova délky  $l$ , tak  $\#_T(r_i) = \#_T(r_{i-1}) + 1$  pro všechna  $i, 1 \leq i \leq k$ . Pokud navíc vezmeme do úvahy, že  $\#_T(r_0) = 0$  a  $\#_T(r) = l$ , musí být délka tohoto odvození právě  $l$ .