IB102 – úkol 4, příklad 1 – řešení **Odevzdání: 13. 10. 2014**

Vypracoval(a): UČO:
Skupina:

---

1. [2 body]

a) Rozhodněte a zdůvodněte, zda je třída regulárních jazyků nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ uzavřená na unární operaci *removeA*, která z jazyka odstraní všechna slova obsahující alespoň jedno a.

b) Dokažte nebo vyvraťte: L je regulární $\implies$ L je konečný nebo co$-L$ je konečný

c) Dokažte nebo vyvraťte: L^* je regulární $\implies$ L je regulární

d) Dokažte nebo vyvraťte: L^* není regulární $\implies$ L není regulární

Pokud budete potřebovat, můžete v celém příkladu využívat toho, že na přednášce a cvičeních byly ukázány některé neregulární jazyky (jejich neregularitu nemusíte znovu dokazovat).

---

a) PLATÍ

Operace *removeA* se dá zapsat jako $removeA(L) = L \cap \{b, c\}^*$. Jelikož $\{b, c\}^*$ je regulární jazyk, L je regulární ze zadání a třída regulárních jazyků je uzavřena na operaci průniku ($\cap$), pak je uzavřena i na operaci *removeA*.

b) NEPLATÍ

Tato implikace by totiž znamenala, že neexistuje nekonečný regulární jazyk, jehož doplněk je taky nekonečný. To však můžeme vyvrátit protipříkladem:
$\Sigma = \{a\}$
$L = \{aa\}^*$ je nekonečný jazyk, jenž obsahuje jenom slova sudé délky, dokážeme pro něj jednoduše vytvořit DFA, je tedy určitě regulární.
co$-L$ je nekonečný jazyk, z uzávěrových vlastností regulárních jazyků plyne také jeho regularita.
Nalezli jsme tedy nekonečný regulární jazyk L, jehož doplněk je také nekonečný, čímž jsme vyvrátili platnost implikace.

c) NEPLATÍ

Protipříkladem je neregulární jazyk $L = \{a, b\} \cup \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, jehož iterací získáme jazyk obsahující všechna slova nad danou abecedou, tedy jazyk regulární.

d) PLATÍ

Obměna implikace má tvar: L je regulární $\implies$ L^* je regulární, což triviálně plyne z uzavřenosti regulárních jazyků na operaci iterace (*).