

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

1. [2 body] Uvažte následující gramatiku G :

$$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S),$$

$$P = \{ S \rightarrow A \mid SabB \mid C,$$

$$A \rightarrow \varepsilon \mid AaS,$$

$$B \rightarrow b \mid AA,$$

$$C \rightarrow aS \}.$$

Pomocí algoritmů z přednášky převedte gramatiku G na ekvivalentní gramatiku v Chomského normální formě. Do řešení uveďte celý postup převodu, zejména následující mezi-výsledky:

- ke gramatice G ekvivalentní gramatiku G_1 bez ε -pravidel (nezapomeňte uvést množinu N_ε obsahující všechny neterminály, které se dají přepsat na ε),
- ke gramatice G_1 ekvivalentní gramatiku G_2 bez ε -pravidel a jednoduchých pravidel (uveďte množiny N_X , t.j. množiny všech neterminálů, na které se může $X \in N$ přepsat),
- ke gramatice G_2 ekvivalentní vlastní gramatiku G_3 ,
- ke gramatice G_3 ekvivalentní gramatiku G_4 v Chomského normální formě (CNF).

Prvním krokem je odstranění ε -pravidel z gramatiky G . Množina neterminálů, které je možné přepsat na ε , je $N_\varepsilon = \{A, B, S\}$. Výsledkem algoritmu z přednášky (5. přednáška, slajd 21) je poté gramatika

$$G_1 = (\{S', S, A, B, C\}, \{a, b\}, P_1, S'),$$

$$P_1 = \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid S,$$

$$S \rightarrow A \mid SabB \mid abB \mid Sab \mid ab \mid C,$$

$$A \rightarrow AaS \mid aS \mid Aa \mid a,$$

$$B \rightarrow b \mid AA \mid A,$$

$$C \rightarrow aS \mid a \}.$$

Druhým krokem je odstranění jednoduchých pravidel. Algoritmus z přednášky můžeme použít, protože gramatika G_1 již neobsahuje ε -pravidla. Pro všechny neterminály $X \in N$ jsou množiny neterminálů, na něž lze neterminál X přepsat, následující:

$$N_{S'} = \{S', S, A, C\},$$

$$N_S = \{S, A, C\},$$

$$N_A = \{A\},$$

$$N_B = \{B, A\},$$

$$N_C = \{C\}.$$

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

Výsledkem algoritmu z přednášky (5. přednáška, slajd 25) je poté gramatika

$$\begin{aligned}
 G_2 &= (\{S', S, A, B, C\}, \{a, b\}, P_2, S'), \\
 P_2 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid SabB \mid abB \mid Sab \mid ab \mid AaS \mid aS \mid Aa \mid a \mid aS, \\
 &\quad S \rightarrow SabB \mid abB \mid Sab \mid ab \mid AaS \mid aS \mid Aa \mid a \mid aS, \\
 &\quad A \rightarrow AaS \mid aS \mid Aa \mid a, \\
 &\quad B \rightarrow b \mid AA \mid AaS \mid aS \mid Aa \mid a, \\
 &\quad C \rightarrow aS \mid a \}.
 \end{aligned}$$

Třetím krokem by bylo odstranění nenormovaných neterminálů, avšak takové gramatika G neobsahuje. Stačí si všimnout, že každý neterminál lze v jednom kroku přepsat na řetězec terminálů.

Čtvrtým krokem je odstranění nedosažitelných symbolů. Podle algoritmu z přednášky (5. přednáška, slajd 15) nejprve postupně zkonstruujeme následující množiny V_i

$$\begin{aligned}
 V_0 &= \{S'\}, \\
 V_1 &= \{S', S, a, b, B, A\}, \\
 V_2 &= V_1
 \end{aligned}$$

a výstupem algoritmu je poté gramatika

$$\begin{aligned}
 G_3 &= (\{S', S, A, B\}, \{a, b\}, P_3, S'), \\
 P_3 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid SabB \mid abB \mid Sab \mid ab \mid AaS \mid aS \mid Aa \mid a \mid aS, \\
 &\quad S \rightarrow SabB \mid abB \mid Sab \mid ab \mid AaS \mid aS \mid Aa \mid a \mid aS, \\
 &\quad A \rightarrow AaS \mid aS \mid Aa \mid a, \\
 &\quad B \rightarrow b \mid AA \mid AaS \mid aS \mid Aa \mid a \}.
 \end{aligned}$$

Gramatika G_3 je jistě vlastní, protože neobsahuje nepoužitelné symboly, jednoduchá pravidla a ε -pravidla, a tudíž je také necyklická.

Posledním krokem je převod gramatiky G_3 do Chomského normální formy podle algoritmu z přednášky (6. přednáška, slajd 4). Tento algoritmus smíme použít, protože gramatika G_3 je vlastní a bez jednoduchých pravidel.

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

Výsledkem tohoto algoritmu je gramatika

$$\begin{aligned}G_4 &= (\{S', S, A, B, \langle a'b'B \rangle, \langle b'B \rangle, \langle a'b' \rangle, \langle a'S \rangle, a', b'\}, \{a, b\}, P_4, S'), \\P_3 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid S \langle a'b'B \rangle \mid a' \langle b'B \rangle \mid S \langle a'b' \rangle \mid a'b' \mid A \langle a'S \rangle \mid a'S \mid Aa' \mid a \mid a'S, \\& S \rightarrow S \langle abB \rangle \mid a' \langle bB \rangle \mid S \langle a'b' \rangle \mid a'b' \mid A \langle a'S \rangle \mid a'S \mid Aa' \mid a \mid a'S, \\& A \rightarrow A \langle a'S \rangle \mid a'S \mid Aa' \mid a, \\& B \rightarrow b \mid AA \mid A \langle a'S \rangle \mid a'S \mid Aa' \mid a, \\& \langle a'b'B \rangle \rightarrow a' \langle b'B \rangle, \\& \langle b'B \rangle \rightarrow b'B, \\& \langle a'b' \rangle \rightarrow a'b', \\& \langle a'S \rangle \rightarrow a'S, \\& a' \rightarrow a, \\& b' \rightarrow b\}.\end{aligned}$$