

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

1. [2 body] Rozhodněte a dokažte, zda je třída regulárních jazyků nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ uzavřena na unární operaci *zlibovolni*:

$$\begin{aligned} \text{zlibovolni}(L) = \{ & u_1^{i_1} u_2^{i_2} \dots u_n^{i_n} \mid n \in \mathbb{N}_0 \wedge u_1, u_2, \dots, u_n \in \Sigma \\ & \wedge u_1 u_2 \dots u_n \in L \wedge i_1, \dots, i_n \in \mathbb{N} \} \end{aligned}$$

Tedy, intuitivně řečeno, jazyk $\text{zlibovolni}(L)$ obsahuje všechna slova z jazyka L a navíc všechna slova, která z nich vzniknou tak, že tak, že každé písmeno ve slově $w \in L$ libovolněkrát za sebou zopakujeme (nikoliv však odstraníme). Speciálně pak $\varepsilon \in \text{zlibovolni}(L)$ právě tehdy, když $\varepsilon \in L$.

Uveďme ještě příklady:

$$\begin{aligned} \text{zlibovolni}(\{c, ab\}) &= \{c\}^+ \cup \{a\}^+ \cdot \{b\}^+ \\ &= \{c, ab, cc, aab, abb, ccc, aaab, aabb, abbb, cccc, \dots\} \\ \text{zlibovolni}(\{\varepsilon, abc\}) &= \{\varepsilon\} \cup \{a\}^+ \cdot \{b\}^+ \cdot \{c\}^+ \\ &= \{\varepsilon, abc, aabc, abbc, abcc, aabbc, aabcc, abbcc, \dots\} \\ \text{zlibovolni}(\{a\}^* \cdot \{b\}^* \cdot \{a\}) &= \{a\}^* \cdot \{b\}^* \cdot \{a\}^+ \end{aligned}$$

Nápověda: Pokud rozhodnete, že třída regulárních jazyků není uzavřená na operaci *zlibovolni*, uveďte příslušný protipříklad. Pokud rozhodnete, že třída regulárních jazyků je uzavřená na operaci *zlibovolni*, musíte toto tvrzení dokázat, například s pomocí známých uzavěrových vlastností třídy regulárních jazyků, nebo konstruktivně popsáním algoritmu na transformaci nějakého formalizmu pro popis regulárních jazyků.