

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

1. [2 body] Dokažte, že problém rozhodnout, zda v daném orientovaném grafu existují alespoň 2 různé hamiltonovské cesty z vrcholu s do vrcholu t (lišící se alespoň jednou hranou), je NP-těžký. Jinak řečeno, dokažte, že jazyk 2-HAMPATH definovaný níže zadává NP-těžký problém.

$$2\text{-HAMPATH} = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ je orientovaný graf obsahující alespoň 2 různé hamiltonovské cesty z } s \text{ do } t \}$$

V důkazu můžete využít faktu, že problém hamiltonovské cesty (definovaný níže) je NP-úplný:

$$\text{HAMPATH} = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ je orientovaný graf obsahující hamiltonovskou cestu z } s \text{ do } t \}.$$

Bonus [1 bod] Dokažte, že problém 2-HAMPATH je dokonce NP-úplný. Tedy dokažte navíc, že $2\text{-HAMPATH} \in \text{NP}$.

Bonus [1 bod] Dokažte, že jazyk $k\text{-HAMPATH}$ definovaný níže je NP-úplný pro libovolné $k \geq 1$:

$$k\text{-HAMPATH} = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ je orientovaný graf obsahující alespoň } k \text{ různých hamiltonovských cest z } s \text{ do } t \}$$