

## 10. cvičení: Hodnocení kontingenčních tabulek

**Příklad 1.:** U 100 náhodně vybraných vysokoškolských učitelů bylo zjišťováno jejich pohlaví (veličina X) a jejich pedagogická hodnost (veličina Y). Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu o nezávislosti pedagogické hodnosti a pohlaví a vypočtěte Cramérův koeficient, jsou-li k dispozici následující údaje:

pohlaví	pedagogická hodnost		
	odb. asistent	docent	profesor
muž	32	15	8
žena	34	8	3

### Výsledky:

Podmínky dobré aproximace jsou splněny, pouze jedna teoretická četnost klesne pod 5.

Testová statistika  $K = 3,5$ , kritický obor  $W = \langle 5,991; \infty \rangle$ . Protože  $K$  se nerealizuje v kritickém oboru, hypotézu o nezávislosti pohlaví a pedagogické hodnosti nezamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05. Cramérův koeficient  $V = 0,187$ .

**Příklad 2.:** Pro kontingenční tabulku 3 x 3, která byla sestavena na základě dvourozměrného náhodného výběru rozsahu 400, byla spočtena testová statistika  $K = 464$  pro test nezávislosti veličin X, Y. Určete Cramérův koeficient.

### Výsledek:

$V = 0,4616$

**Příklad 3.:** 200 respondentů, z nichž bylo 73 žen, hodnotilo úroveň jistého časopisu. 34 žen ji hodnotilo kladně, stejně jako 47 mužů. Ostatní respondenti se o úrovni časopisu vyjádřili záporně. Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že hodnocení úrovně časopisu nezávisí na pohlaví respondenta. Test proveďte jak pomocí testové statistiky  $K$ , tak pomocí intervalu spolehlivosti pro podíl šancí. Vypočtěte také Cramérův koeficient.

### Výsledky:

Test pomocí statistiky  $K$ : Podmínky dobré aproximace jsou splněny,  $K = 1,7608$ , nerealizuje se v kritickém oboru  $W = \langle 3,841, \infty \rangle$ , hypotézu o nezávislosti hodnocení úrovně časopisu na pohlaví respondenta nezamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.

Cramérův koeficient  $V = 0,0938$ .

Test pomocí podílu šancí:  $OR = 0,6739$ , což znamená, že podíl šancí časopisu na kladné hodnocení je asi dvoutřetinový u mužů oproti ženám. 95% interval spolehlivosti pro podíl šancí je  $(0,37577; 1,2085)$ . Obsahuje číslo 1, tedy na asymptotické hladině významnosti 0,05 nezamítáme hypotézu o nezávislosti hodnocení úrovně časopisu na pohlaví respondenta.

**Příklad 4.:** V roce 1950 zkoumali Yule a Kendall barvu očí a vlasů u 6800 mužů.

Barva očí	Barva vlasů			
	světlá	kaštanová	černá	rezavá
modrá	1768	807	180	47
šedá nebo zelená	946	1387	746	53
hnědá	115	438	288	16

Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu o nezávislosti barvy očí a barvy vlasů. Vypočítejte Cramérův koeficient. Simultánní četnosti znázorněte graficky.

### Návod na řešení pomocí systému STATISTICA:

Otevřeme datový soubor oci\_vlasy.sta. Před provedením testu je zapotřebí ověřit podmínky dobré aproximace: Statistika – Základní statistiky/tabulky – Kontingenční tabulky - Specif. tabulky – List 1 OCI, List 2 VLASY, OK, Váhy - CETNOST, Stav zapnuto, OK – na záložce Možnosti zaškrtneme Očekávané četnosti – Výpočet.

Souhrnná tab.: Očekávané četnosti (oci_vlasy.sta)					
Četnost označených buněk > 10					
Pearsonův chí-kv. : 1088,15, sv=6, p=0,00000					
OCI	VLASY světlá	VLASY kaštanová	VLASY černá	VLASY rezavá	Řádk. součty
modrá	1167,259	1085,976	500,902	47,8622	2802,000
šedá nebo zelená	1304,731	1213,875	559,895	53,4990	3132,000
hnědá	357,010	332,149	153,202	14,6388	857,000
Vš.skup.	2829,000	2632,000	1214,000	116,0000	6791,000

Podmínky dobré aproximace jsou splněny. Všechny teoretické četnosti jsou větší než 5. V záhlaví výstupní tabulky je uvedena hodnota testové statistiky pro test hypotézy o nezávislosti proměnných OCI, VLASY (Pearsonův chí-kv: 1088,149) s počtem stupňů volnosti (sv = 6) a odpovídající p-hodnotou (p = 0,0000). Protože p-hodnota je menší než 0,05, nulovou hypotézu o nezávislosti barvy očí a barvy vlasů zamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.

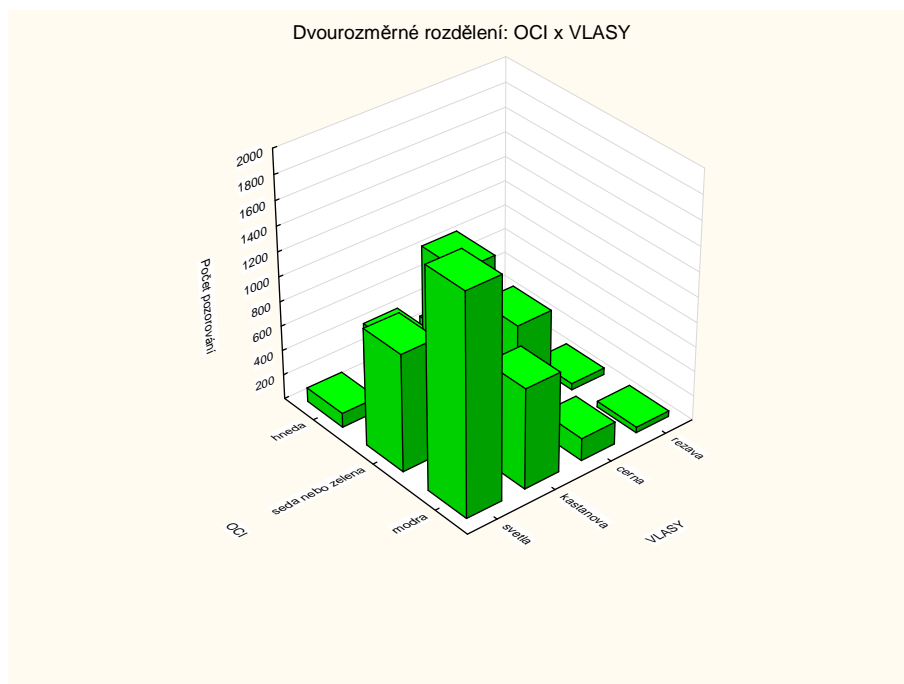
Testování hypotézy o nezávislosti proměnných OCI, VLASY společně se získáním Cramérova koeficientu lze provést také tímto způsobem:

Návrat do Výsledky; kontingenční tabulky – na záložce Detaily zaškrtneme Pearsonův&M-V chí - kvadrát, Phi & Cramerovo V – Detailní výsledky – Detailní 2 rozm. tabulky.

Statist.	Chí-kvadr.	sv	p
Pearsonův chí-kv.	1088,149	df=6	p=0,0000
M-V chí-kvadr.	1155,669	df=6	p=0,0000
Fí	,4002923		
Kontingenční koeficient	,3716246		
Cramér. V	,2830494		

Cramérův koeficient 0,283 svědčí o slabé závislosti barvy očí a vlasů.

Pro grafické znázornění četností se vrátíme do Výsledky; kontingenční tabulky – Detailní výsledky – 3D histogramy. Graf lze natáčet pomocí volby Zorný bod.



**Příklad 5.:** 100 náhodně vybraných osob bylo dotázáno, zda dávají přednost nealkoholickému nápoji A či B. Údaje jsou uvedeny ve čtyřpolní kontingenční tabulce.

preferovaný nápoj	pohlaví	
	muž	žena
A	20	30
B	30	20

Na hladině významnosti 0,05 testujte pomocí Fisherova faktoriálního testu hypotézu, že preferovaný typ nápoje nezáleží na pohlaví respondenta.

### Návod na řešení pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme nový datový soubor o třech proměnných NAPOJ, POHLAVI, CETNOST a čtyřech případech. Do proměnné NAPOJ napíšeme dvakrát pod sebe 1 (nápoj A) a dvakrát pod sebe 2 (nápoj B). Do proměnné POHLAVI napíšeme jedničku (1 – muž) a dvojku (2 – žena) a znovu jedničku a dvojku. D proměnné CETNOST napíšeme uvedené četnosti. Statistika – Základní statistiky/tabulky – Kontingenční tabulky - Specif. tabulky – List 1 NAPOJ, List 2 POHLAVI, OK, Váhy - CETNOST, Stav zapnuto, OK – na záložce Možnosti zaškrtneme Fisher exakt, Yates, McNemar (2x2) – Detailní výsledky – Detailní 2-rozm. tabulky.

Statist.	Statist. : POHLAVI(2) x NAPOJ(2) (kap11_2)		
	Chí-kvadr.	sv	p
Pearsonův chí-kv.	4,000000	df=1	p=,04550
M-V chí-kvadr.	4,027103	df=1	p=,04478
Yatesův chí-kv.	3,240000	df=1	p=,07186
Fisherův přesný, 1-str.			p=,03567
2-stranný			p=,07134
McNemarův chí-kv. (A/D)	,0250000	df=1	p=,87437
(B/C)	,0166667	df=1	p=,89728

Ve výstupní tabulce je mimo jiné uvedena p-hodnota pro oboustranný a jednostranný test. V našem případě se jedná o oboustranný test (nevíme, zda muži více preferují nápoj A či nápoj B než ženy), zajímáme se tedy o Fisherův přesný, 2-str. Ta je 0,07134. Protože p-hodnota je větší než 0,05, nezamítáme na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že preferovaný typ nápoje nezáleží na pohlaví respondenta.

**Příklad 6.:** Pro údaje z příkladu 5 vypočítejte podíl šancí a sestrojte 95% asymptotický interval spolehlivosti pro podíl šancí. Pomocí tohoto intervalu spolehlivosti testujte na asymptotické hladině významnosti 0,05 hypotézu, že preferovaný typ nápoje nezáleží na pohlaví respondenta.

**Výsledky:**  $OR = \frac{4}{9} = 0,\bar{4}$ , 95% interval spolehlivosti pro podíl šancí je (0,2 ; 0,99).

Neobsahuje číslo 1, tedy na asymptotické hladině významnosti 0,05 zamítáme hypotézu o nezávislosti hodnocení úrovně časopisu na pohlaví respondenta.

Tento výsledek je v rozporu s výsledkem, ke kterému dospěl Fisherův přesný test. Je to způsobeno tím, že test pomocí asymptotického intervalu spolehlivosti je pouze přibližný.

**Příklad 7.:** Při zápočtové písemce z matematiky, kterou psalo 37 studentů, bylo zjištěno pohlaví studenta a úspěch či neúspěch při písemce. Máte k dispozici kontingenční tabulku:

Úspěch	pohlaví	
	muž	žena
Ano	9	12
Ne	7	9

- Vypočítejte relativní četnost úspěšných mužů mezi všemi muži a relativní četnost úspěšných žen mezi všemi ženami.
- Vypočítejte a interpretujte podíl šancí na úspěch.
- Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu o nezávislosti úspěchu a pohlaví studenta. Ověřte splnění podmínek dobré aproximace, uveďte hodnotu testové statistiky K, kritický obor a rozhodnutí o nulové hypotéze.

**Výsledky:**

ad a) Relativní četnost úspěšných mužů: 0,5625, relativní četnost úspěšných žen: 0,5714

ad b) Podíl šancí  $OR = 0,96$

Protože podíl šancí je velmi blízký 1, úspěch u písemky téměř není závislý na pohlaví studenta.

ad c) Podmínky dobré aproximace jsou splněny.

Testová statistika:  $K = 0,00295$ , kritický obor  $W = \langle 3,841, \infty \rangle$ . Protože testová statistika se nerealizuje v kritickém oboru, hypotézu o nezávislosti úspěchu a pohlaví nezamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.