Jméno: **Skupina: A** **Místnost:** **3. zkouška**

0001 *příklad* 1 *učo* *body*

0123456789

Statistika (6 bodů):

Příklad 1

Z každého z předchozích zkušebních termínů bylo náhodně vybráno 6 studentů. Bodové zisky byly na prvním termínu: 8,3; 3,0; 6,3; 4,5; 7,4; 4,0, na druhém termínu: 6,3; 4,0; 5,2; 2,3; 4,8; 1,5. Předpokládejte, že jde o realizace dvou nezávislých náhodných výběrů z normálních rozdělení, jejichž rozptyly jsou sice neznámé, ale stejné. Testujte na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že první termín nebyl snazší než druhý (oproti alternativě, že snazší byl), tj. že střední hodnota zisku bodů není u prvního termínu významně vyšší než u druhého.

Jméno: **Skupina: A** **Místnost:** **3. zkouška**

0001 *příklad* 2 *učo* *body*

0123456789

Pravděpodobnost (5 bodů):

Příklad 2

(a) Ohrada má obdélníkový tvar, východní a západní stěna mají délku 40m, jižní a severní pak 100m. V této ohradě běhá náhodně kůň. Jaká je pravděpodobnost, že je kůň k jižní stěně blíž než ke zbývajícím třem? (2)

(b) V urně je 12 kuliček – 3 červené, 4 bílé a 5 modrých. Náhodně bez vracení vybereme 6 kuliček. Určete rozložení náhodného vektoru (X, Y), označuje-li X počet tažených červených kuliček a Y počet tažených bílých kuliček. Určete rovněž marginální rozložení veličin X a Y. Dále vypočtěte (a přibližně vyčíslete) $P(X \leq 2), P(2 \leq Y \leq 3)$. (3)

Jméno: **Skupina: A** **Místnost:** **3. zkouška**

0001 *příklad* 3 *učo* *body*

0123456789

Funkce (9 bodů):

Příklad 3

(a) Najděte globální extrémy (a jejich typ) funkce $f(x,y) = \frac{x^3}{3} - xy + y$ na množině $M = \{[x,y] \mid -3 \leq y \leq 9 + x - x^2\}$. Rozhodněte rovněž o typu lokálních extrémů f uvnitř M. (5)

(b) Znázorněte oblast M v prvním kvadrantu omezenou grafy funkcí $y = \frac{x^2}{6}, y = 2x^2, xy = 3$ a $xy = 6$, vypočtěte Jacobián transformace $u = x^2/y, v = xy$ a vyjádřete $\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ pomocí $\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v$. Vypočtěte obsah M pomocí integrace v souřadnicích uv (po uvedené transformaci). (4)

Jméno: **Skupina: B** **Místnost:** **3. zkouška**

0002 *příklad* 1 *učo* *body*

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad 1

Statistika (6 bodů):
Z každého z předchozích zkušebních termínů bylo náhodně vybráno 6 studentů. Bodové zisky byly na prvním termínu: 9,3; 4,0; 7,3; 5,5; 8,4; 5,0, na druhém termínu: 7,0; 5,0; 6,0; 3,0; 5,0; 2,0. Předpokládejte, že jde o realizace dvou nezávislých náhodných výběrů z normálních rozdělení, jejichž rozptyly jsou sice neznámé, ale stejné. Testujte na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že první termín nebyl snazší než druhý (oproti alternativě, že snazší byl), tj. že střední hodnota zisku bodů není u prvního termínu významně vyšší než u druhého.

Jméno: **Skupina: B** **Místnost:** **3. zkouška**

0002 *příklad* 2 *učo* *body*

0123456789

Pravděpodobnost (5 bodů):

Příklad 2

(a) Ohrada má obdélníkový tvar, východní a západní stěna mají délku 50m, jižní a severní pak 90m. V této ohradě běhá náhodně kůň. Jaká je pravděpodobnost, že je kůň k jižní stěně blíž než ke zbývajícím třem? (2)

(b) V urně je 11 kuliček – 4 červené, 3 bílé a 4 modré. Náhodně bez vracení vybereme 5 kuliček. Určete rozložení náhodného vektoru (X, Y), označuje-li X počet tažených červených kuliček a Y počet tažených bílých kuliček. Určete rovněž marginální rozložení veličin X a Y. Dále vypočtěte (a přibližně vyčíslete) $P(1 \leq X \leq 4), P(Y \leq 1)$. (3)

Jméno: **Skupina: B** **Místnost:** **3. zkouška**

0002 *příklad* 3 *učo* *body*

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Funkce (8 bodů):

Příklad 3

(a) Najděte globální extrémy (a jejich typ) funkce $g(x,y) = (y-1)^3 - xy$ na množině $M = \{[x,y] \mid -9 \le x \le 27 + 3y - 3y^2\}$. Rozhodněte též o typu lokálních extrémů g uvnitř M.(5)

(b) Znázorněte oblast M v prvním kvadrantu omezenou grafy funkcí $y = \frac{x^2}{3}, y = 4x^2, xy = 2$ a $xy = 5$, vypočtěte Jacobián transformace $u = x^2/y, v = xy$ a vyjádřete $\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ pomocí $\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v$. Vypočtěte obsah M pomocí integrace v souřadnicích uv (po uvedené transformaci). (4)