

## FORMÁLNÍ JAZYKY A AUTOMATY I

### Řešení cvičení 9.

1. a) Bud'  $L$  regulární jazyk akceptovaný deterministickým konečným automatem  $A = (K, \Sigma, \delta, P, F)$ . Navrhňeme zásobníkový automat  $M$  pro jazyk  $Q$  ( $M$  akceptuje prázdným zásobníkem).

$M = (\{q, \bar{q} \mid q \in K\}, \Sigma, \{Z_0, Z\}, \bar{\delta}, P, Z_0, \emptyset)$ , kde

$$\begin{aligned} \bar{\delta} : \quad & \bar{\delta}(q, x, Z_0) = \{(\delta(q, x), ZZ_0)\} && \text{pro všechna } q \in K; x \in \Sigma \\ & \bar{\delta}(q, x, Z) = \{(\delta(q, x), ZZ)\} && \text{pro všechna } q \in K; x \in \Sigma \\ & \bar{\delta}(q, \#, Z) = \{(\bar{P}, Z)\} && \text{pro všechna } q \in F \\ & \bar{\delta}(P, \#, Z_0) = \{(P, \varepsilon)\} && \text{za podmínky, že } P \in F \\ & \bar{\delta}(\bar{q}, x, Z) = \{(\bar{\delta}(q, x), \varepsilon)\} && \text{pro všechna } q \in K; x \in \Sigma \\ & \bar{\delta}(\bar{q}, \varepsilon, Z_0) = \{(q, \varepsilon)\} && \text{pro všechna } q \in F \end{aligned}$$

- b) Neení. Stačí vzít např. bezkontextový jazyk  $L = \{a^n b^n \mid n > 0\}$ . Aby při napumpování byl zachován vztah mezi délkou slov  $u$  a  $v$  musí být jeden vkládaný řetězec podřetězcem slova  $u$  a druhý podřetězcem slova  $v$ . Avšak slovo  $a^n b^n$  není možné napumpovat jenom na jednom místě — viz pumping lemma pro regulární jazyky.

2.  $L(M) = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

3. Bez újmy na obecnosti lze předpokládat, že automat  $\mathcal{A} = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z, \emptyset)$  akceptující jazyk  $L$  akceptuje prázdnou paměť a že počáteční zásobníkový symbol  $Z$  se v prvním kroku výpočtu vybere ze zásobníku a v dalším průběhu výpočtu se tam již nikdy neobjeví.

Definujeme nový automat  $\bar{\mathcal{A}}$  akceptující jazyk  $L^{1997}$  takto: automat  $\bar{\mathcal{A}}$  vloží v prvním kroku svého výpočtu do zásobníku 1997 symbolů  $Z$ . Kdykoliv se v průběhu výpočtu objeví na vrcholu zásobníku symbol  $Z$ , znamená to, že automat  $\mathcal{A}$  akceptoval. Proto automat  $\bar{\mathcal{A}}$  začne znovu simulovat činnost automatu  $\mathcal{A}$  od počátečního stavu.

Bud'  $J, r$  nové symboly,  $J \notin \Gamma$  a  $r \notin K$ .

$$\bar{\mathcal{A}} = (K \cup \{r\}, \Sigma, \Gamma \cup \{J\}, \bar{\delta}, r, J, \emptyset)$$

$$\bar{\delta}(r, \varepsilon, J) = \{(q_0, Z^{1997})\}$$

$$\bar{\delta}(p, x, y) = \delta(p, x, y) \text{ pro všechna } p \in K, x \in \Sigma, y \in \Gamma$$

$$\bar{\delta}(p, \varepsilon, Z) = \{(q_0, Z)\} \text{ pro všechna } p \in K.$$