

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

1. [2 body] Sestrojte bezkontextovou gramatiku pro jazyk L všech slov nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$, kde $w \in L$ právě tehdy, když platí, že změnou právě dvou znaků ve slově w dostáváme palindrom. Zároveň musí platit, že dvě změny jsou nutné k tomu, aby se ze slova w stal palindrom (tedy samo slovo w nesmí být palindrom a ani změnou jednoho libovolného znaku palindrom nedostáváme).

Formálně, $w = a_1 \dots a_n \in L$ právě tehdy, když existují pozice i, j , kde $1 \leq i < j \leq |w|$, a znaky $c_i, c_j \in \{a, b\}$ takové, že slovo $w' = a_1 \dots a_{i-1} c_i a_{i+1} \dots a_{j-1} c_j a_{j+1} \dots a_n = w'^R$, a zároveň neexistuje pozice k , kde $1 \leq k \leq |w|$, a znak $c_k \in \{a, b\}$ takový, že $w'' = a_1 \dots a_{k-1} c_k a_{k+1} \dots a_n = w''^R$.

Příklady slov z jazyka L :

abab, aaabb, bbababbbbb, aababa, abbbbaaba

Příklady slov nenáležících do jazyka L :

$\varepsilon, a, bb, aab, abaabb, bbaaaa, abababab$

Stručně, neformálně zdůvodněte, proč vaše gramatika generuje právě jazyk L .Řešením je například gramatika $\mathcal{G} = (\{S, Z, X\}, \{a, b\}, P, S)$, kde

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aZb \mid bZa, \\ & Z \rightarrow aZa \mid bZb \mid aXb \mid bXa, \\ & X \rightarrow \varepsilon \mid a \mid b \mid aXa \mid bXb \}. \end{aligned}$$

Intuitivně, pomocí neterminálu S a pravidel aSa, bSb generujeme postupně palindrom. Abychom mohli vygenerovat terminální řetězec, musíme někdy použít pravidlo aZb nebo bZa . Tím si zaručíme existenci první pozice, na které je nutné provést změnu, abychom dostali palindrom.

Neterminál Z tedy uchovává informaci o tom, že terminální řetězec před ním, psaný pozpátku, je terminálním řetězcem za ním, ve kterém provedeme právě jednu změnu znaku (na libovolné pozici). Při dalším generování můžeme použít obdobně jako u neterminálu S pravidla aZa, bZb , kterými pokračujeme v generování palindromu. Abychom mohli vygenerovat terminální řetězec, musíme použít pravidlo aXb nebo bXa .

Pokud tedy dostaneme ve větné formě neterminál X , máme zaručeno, že terminální řetězec před ním, psaný pozpátku, je terminální řetězec za ním, ve kterém provedeme právě dvě změny znaků (na libovolných, různých pozicích). Pro další generování tedy lze použít jen ta pravidla, která zachovávají vlastnost palindromu, případně ukončit generování.