

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

3. [2 body] Uvažte následující gramatiku G :

$$\begin{aligned}
 G &= (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, S), \\
 P &= \{ S \rightarrow BaC \mid SbbA \mid \varepsilon, \\
 &\quad A \rightarrow a \mid BA \mid \varepsilon, \\
 &\quad B \rightarrow A \mid bbCS \mid a, \\
 &\quad C \rightarrow bDC \mid aC, \\
 &\quad D \rightarrow C \mid a \}.
 \end{aligned}$$

Pomocí algoritmů z přednášky převedte gramatiku G na ekvivalentní gramatiku v Chomského normální formě. Do řešení uveďte celý postup převodu, zejména následující mezi-výsledky:

- ke gramatice G ekvivalentní gramatiku G_1 bez ε -pravidel (nezapomeňte uvést množinu N_ε obsahující všechny neterminály, které se dají přepsat na ε),
- ke gramatice G_1 ekvivalentní gramatiku G_2 bez ε -pravidel a jednoduchých pravidel (uveďte množiny N_X , t.j. množiny všech neterminálů, na které se může $X \in N$ přepsat),
- ke gramatice G_2 ekvivalentní vlastní gramatiku G_3 ,
- ke gramatice G_3 ekvivalentní gramatiku G_4 v Chomského normální formě (CNF).

Prvním krokem je odstranění ε -pravidel z gramatiky G . Množina neterminálů, které je možné přepsat na ε , je $N_\varepsilon = \{A, B, S\}$. Výsledkem algoritmu z přednášky (5. přednáška, slajd 21) je poté gramatika

$$\begin{aligned}
 G_1 &= (\{S', S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P_1, S'), \\
 P_1 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid S, \\
 &\quad S \rightarrow BaC \mid aC \mid SbbA \mid bbA \mid Sbb \mid bb, \\
 &\quad A \rightarrow a \mid BA \mid B \mid A, \\
 &\quad B \rightarrow A \mid bbCS \mid bbC \mid a, \\
 &\quad C \rightarrow bDC \mid aC, \\
 &\quad D \rightarrow C \mid a \}.
 \end{aligned}$$

Druhým krokem je odstranění jednoduchých pravidel. Algoritmus z přednášky můžeme použít, protože gramatika G_1 již neobsahuje ε -pravidla. Pro všechny neterminály $X \in N$

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

jsou množiny neterminálů, na něž lze neterminál X přepsat, následující:

$$\begin{aligned} N_{S'} &= \{S', S\}, \\ N_S &= \{S\}, \\ N_A &= \{A, B\}, \\ N_B &= \{A, B\}, \\ N_C &= \{C\}, \\ N_D &= \{C, D\}. \end{aligned}$$

Výsledkem algoritmu z přednášky (5. přednáška, slajd 25) je poté gramatika

$$\begin{aligned} G_2 &= (\{S', S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P_2, S'), \\ P_2 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid BaC \mid aC \mid SbbA \mid bbA \mid Sbb \mid bb, \\ &\quad S \rightarrow BaC \mid aC \mid SbbA \mid bbA \mid Sbb \mid bb, \\ &\quad A \rightarrow a \mid BA \mid bbCS \mid bbC, \\ &\quad B \rightarrow a \mid BA \mid bbCS \mid bbC, \\ &\quad C \rightarrow bDC \mid aC, \\ &\quad D \rightarrow bDC \mid aC \mid a \}. \end{aligned}$$

Třetím krokem je odstranění nenormovaných neterminálů. Iterativně přidáváme do N_i neterminály, které lze v i krocích přepsat na řetězec terminálů. Výsledkem je množina:

$$N_e = \{S', S, A, B, D\}.$$

Výsledkem algoritmu z přednášky (5. přednáška, slajd 11) je poté gramatika

$$\begin{aligned} G_{3a} &= (\{S', S, A, B, D\}, \{a, b\}, P_{3a}, S'), \\ P_{3a} &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid SbbA \mid bbA \mid Sbb \mid bb, \\ &\quad S \rightarrow SbbA \mid bbA \mid Sbb \mid bb, \\ &\quad A \rightarrow a \mid BA, \\ &\quad B \rightarrow a \mid BA, \\ &\quad D \rightarrow a \}. \end{aligned}$$

Čtvrtým krokem je odstranění nedosažitelných symbolů. Podle algoritmu z přednášky (5. přednáška, slajd 15) nejprve postupně zkonstruujeme následující množiny V_i

$$\begin{aligned} V_0 &= \{S'\}, \\ V_1 &= \{S', S, b, A\}, \\ V_2 &= \{S', S, a, b, A, B\}, \\ V_3 &= V_2 \end{aligned}$$

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

a výstupem algoritmu je poté gramatika

$$\begin{aligned}
 G_3 &= (\{S', S, A, B\}, \{a, b\}, P_3, S'), \\
 P_3 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid SbbA \mid bbA \mid Sbb \mid bb, \\
 &\quad S \rightarrow SbbA \mid bbA \mid Sbb \mid bb, \\
 &\quad A \rightarrow a \mid BA, \\
 &\quad B \rightarrow a \mid BA \}.
 \end{aligned}$$

Gramatika G_3 neobsahuje jednoduchá ani ε -pravidla, a tudíž je také necyklická. Navíc neobsahuje ani nepoužitelné symboly, a tedy se jedná o vlastní gramatiku.

Posledním krokem je převod gramatiky G_3 do Chomského normální formy podle algoritmu z přednášky (6. přednáška, slajd 4). Tento algoritmus smíme použít, protože gramatika G_3 je vlastní a bez jednoduchých pravidel.

Výsledkem tohoto algoritmu je gramatika

$$\begin{aligned}
 G_4 &= (\{S', S, A, B, \langle b'b'A \rangle, \langle b'A \rangle, \langle b'b' \rangle, a', b'\}, \{a, b\}, P_4, S'), \\
 P_4 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid S\langle b'b'A \rangle \mid b'\langle b'A \rangle \mid S\langle b'b' \rangle \mid b'b', \\
 &\quad S \rightarrow S\langle b'b'A \rangle \mid b'\langle b'A \rangle \mid S\langle b'b' \rangle \mid b'b', \\
 &\quad A \rightarrow a \mid BA, \\
 &\quad B \rightarrow a \mid BA, \\
 &\quad \langle b'b'A \rangle \rightarrow b'\langle b'A \rangle, \\
 &\quad \langle b'A \rangle \rightarrow b'A, \\
 &\quad \langle b'b' \rangle \rightarrow b'b', \\
 &\quad a' \rightarrow a, \\
 &\quad b' \rightarrow b \}.
 \end{aligned}$$