IB102 – úkol 7, příklad 1 – řešení **Odevzdání: 23. 11. 2015**

Vypracoval(a): UČO:
Skupina:

---

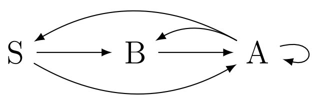
1. [2 body] Uvažte následující gramatiku G:

$$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S),$$
$$P = \{\ S \to Bb \mid bB \mid AB,$$
$$A \to Sab \mid BB \mid AS,$$
$$B \to AbA \mid ab\}.$$

Pomocí algoritmu z přednášky zkonstruujte ke gramatice G ekvivalentní nelevorekurzivní gramatiku. Uveďte, jaké uspořádání neterminálů jste zvolili při odstraňování nepřímé levé rekurze a rovněž celý postup převodu. Nezapomeňte stručně zdůvodnit, proč gramatika G splňuje vstupní podmínku uvedeného algoritmu.

K odstranění levé rekurze v gramatice G využijeme algoritmu ze šesté přednášky (slajd 16). Vstupní podmínkou algoritmu je, že gramatika musí být vlastní. Gramatika G neobsahuje epsilon pravidla, nepoužitelné symboly a zjevně je necyklická, jelikož neobsahuje ani jednoduchá pravidla. Gramatika G tedy splňuje vstupní podmínku.

Zvolíme uspořádání neterminálů $S \prec B \prec A$. Nyní se podíváme na každý z neterminálů $X \in \{S, A, B\}$ samostatně (ve výše zvoleném pořadí). Pokud se pro něj vyskytuje pravidlo tvaru $X \to Y\alpha$, kde $Y \prec X$, $Y \in \{S, A, B\}$ a $\alpha \in \{S, A, B, a, b\}^*$, tato pravidla podle algoritmu nahradíme, abychom odstranili případný výskyt nepřímé levé rekurze. Nakonec se podíváme, jestli se na neterminálu X nevyskytuje přímá levá rekurze, kterou také odstraníme. Závislosti neterminálů můžeme znázornit následově:



- **neterminál S:**
  Množina P neobsahuje žádná pravidla tvaru $S \to Y\alpha$ ani $S \to S\alpha$. Žádné úpravy tedy nejsou potřeba a množinu pravidel neměníme.

- **neterminál B:**
  Podobně množina P neobsahuje žádná pravidla tvaru $B \to Y\alpha$ ani $B \to B\alpha$. Žádné úpravy tedy nejsou potřeba a množinu pravidel neměníme.

- **neterminál A:**
  Z obrázku vidíme rekurzivní závislost na neterminálech S a B a přímou rekurzivní závislost na A. Podle algoritmu odstraníme všechny závislosti směřující doleva, tedy postupně upravíme problémová pravidla $A \to Sab$, $A \to BB$, $A \to AS$. Pravidlo $A \to Sab$ nahradíme pravidly $A \to \beta_i ab$, kde $S \to \beta_i$ jsou všechna pravidla neterminálu S.

  Pravidla pro A nyní vypadají následovně:

  $$A \to Bbab \mid bBab \mid ABab \mid BB \mid AS$$

Vypracoval(a): UČO:
Skupina:

Přidáním těchto pravidel se nám však na neterminálu A objevila další problémová pravidla $A \to Bbab$ a $A \to ABab$. Vypustíme další pravidlo $A \to Bbab$.

Pravidla pro A nyní vypadají následovně:

$$A \to AbAbab \mid abbab \mid bBab \mid ABab \mid BB \mid AS$$

Odstraníme poslední pravidlo způsobující nepřímou levou rekurzi $A \to BB$.

Pravidla pro A nyní vypadají následovně:

$$A \to AbAbab \mid abbab \mid bBab \mid ABab \mid AbAB \mid abB \mid AS$$

Zbývající problémová pravidla na neterminálu A jsou $A \to AbAbab$, $A \to ABab$ a $A \to AS$, která způsobují přímou levou rekurzi. Tu vyřešíme tak, že všechna pravidla pro A odstraníme a podle algoritmu z přednášky 6 (slajd 13) je nahradíme novými pravidly pro A a nově vzniklý neterminál A':

$$\begin{aligned} A &\to abbab \mid bBab \mid abB \mid abbabA' \mid bBabA' \mid abBA', \\ A' &\to bAbab \mid Bab \mid bAB \mid S \mid bAbabA' \mid BabA' \mid bABA' \mid SA' \end{aligned}$$

Pozn: Pravidla, která nezpůsobovala přímou levou rekurzi, (dle notace z uvedeného algoritmu) byla $A \to \beta_i$, kde $\beta_1 = abbab$, $\beta_2 = bBab$ a $\beta_3 = abB$.

Výsledná gramatika G' tedy vypadá následovně:

$$\begin{aligned} G' &= (\{S, A, A', B\}, \{a, b\}, P', S) \\ P' &= \{S \to Bb \mid bB \mid AB, \\ &\quad A \to abbab \mid bBab \mid abB \mid abbabA' \mid bBabA' \mid abBA', \\ &\quad A' \to bAbab \mid Bab \mid bAB \mid S \mid bAbabA' \mid BabA' \mid bABA' \mid SA', \\ &\quad B \to AbA \mid ab\}. \end{aligned}$$