

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

1. [2 body] Necht'  $\Sigma$  je libovolná abeceda a  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$  jsou jazyky nad touto abecedou. O každém z následujících tvrzení rozhodněte, zda je pravdivé, a vaše tvrzení dokažte.

- a)  $L_1$  je deterministický bezkontextový a  $L_2$  je regulární  $\implies \text{co-}L_1 \cap L_2$  je bezkontextový
- b)  $L_1$  je kontextový a  $L_2$  je bezkontextový  $\implies L_1 \cup L_2$  není bezkontextový
- c)  $L_1$  je bezkontextový a  $L_2$  je rekurzivně spočetný  $\implies L_2 \setminus L_1$  je rekurzivně spočetný
- d)  $L_1$  není bezkontextový a  $L_2$  je regulární  $\implies L_2 \setminus L_1$  není bezkontextový

a) Tvrzení **platí**. Platnost tohoto tvrzení plyne přímo z uzávěrových vlastností. Třída DCFL je uzavřená na doplněk. Protože  $L_1$  je DCFL, tak i  $\text{co-}L_1$  je DCFL, a tedy i CFL. Jazyk  $L_2$  je regulární a z uzavřenosti třídy CFL na průnik s regulárním jazykem vyplývá, že  $\text{co-}L_1 \cap L_2$  je CFL.

b) Tvrzení **neplatí**, vyvrátíme jej protipříkladem. Všimneme si, že pokud za jeden z jazyků zvolíme  $\Sigma^*$  (je jedno, za který z nich, protože  $\Sigma^*$  je kontextový i bezkontextový), pak  $L_1 \cup L_2$  je jazyk  $\Sigma^*$ .

c) Tvrzení **platí**.  $L_2 \setminus L_1$  si můžeme přepsat na  $L_2 \cap (\text{co-}L_1)$ . Jazyk  $L_1$  je bezkontextový, a tedy i rekurzivní. Rekurzivní jazyky jsou uzavřené na doplněk, proto i  $\text{co-}L_1$  je rekurzivní, a tedy i rekurzivně spočetný. Jazyk  $L_2 \cap (\text{co-}L_1)$  je také rekurzivně spočetný, protože rekurzivně spočetné jazyky jsou uzavřené na průnik.

d) Tvrzení **neplatí**. Jako protipříklad zvolíme  $L_2 = \emptyset$  a za  $L_1$  libovolný jazyk, který není bezkontextový (například  $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ).  $L_2 \setminus L_1$  je potom rovno  $\emptyset$  a jazyk  $\emptyset$  bezkontextový je.