

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

2. [2 body] Mějme Turingův stroj  $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \triangleright, \sqcup, \delta, q_0, q_{accept}, q_{reject})$ , kde

$$Q = \{q_0, q_A, q, q_r, q_{back}, q_{accept}, q_{reject}\},$$

$$\Sigma = \{a, b\},$$

$$\Gamma = \{\triangleright, \sqcup, X, a, b\}$$

a přechodová funkce  $\delta$  je určena následující tabulkou:

	$\triangleright$	$\sqcup$	$X$	$a$	$b$
$q_0$	$(q_0, \triangleright, R)$	$(q_{accept}, \sqcup, R)$	$(q_{accept}, X, R)$	$(q_A, X, R)$	$(q, X, R)$
$q_A$	$(q_A, \triangleright, R)$	$(q_{accept}, \sqcup, R)$	$(q_{accept}, X, R)$	$(q, a, R)$	$(q, b, R)$
$q$	$(q, \triangleright, R)$	$(q_r, \sqcup, L)$	$(q_r, X, L)$	$(q, a, R)$	$(q, b, R)$
$q_r$	$(q_r, \triangleright, R)$	$(q_r, \sqcup, R)$	$(q_{reject}, X, L)$	$(q_{back}, X, L)$	$(q_{back}, X, L)$
$q_{back}$	$(q_{back}, \triangleright, R)$	$(q_{back}, \sqcup, R)$	$(q_0, X, R)$	$(q_{back}, a, L)$	$(q_{back}, b, L)$

- a) Napište výpočet Turingova stroje  $\mathcal{M}$  na vstupním slově *baaba*. Výpočet pište jako posloupnost *konfigurací*, kde každé dvě po sobě následující konfigurace jsou v relaci *krok výpočtu*.
- b) Najděte slovo délky alespoň 3, které stroj  $\mathcal{M}$  zamítá, a napište výpočet stroje  $\mathcal{M}$  nad tímto slovem.

- a) Připomeňme, že konfigurace Turingova stroje je definována jako trojice  $(q, z, n) \in Q \times \{y \sqcup^\omega \mid y \in \Gamma^*\} \times \mathbb{N}_0$ , kde  $q$  je aktuální stav,  $y \sqcup^\omega$  je obsah pásky a  $n$  je pozice hlavy na pásce (viz 9. přednáška, slajd 2). Relace krok výpočtu ( $\vdash$ ) je definována na 3. slajdu 9. přednášky. Výpočet nad slovem *baaba* tedy začíná v konfiguraci  $(q_0, \triangleright baaba \sqcup^\omega, 0)$ .

$$\begin{aligned}
 (q_0, \triangleright baaba \sqcup^\omega, 0) &\vdash (q_0, \triangleright baaba \sqcup^\omega, 1) && \vdash (q, \triangleright Xaaba \sqcup^\omega, 2) \\
 &\vdash (q, \triangleright Xaaba \sqcup^\omega, 3) && \vdash (q, \triangleright Xaaba \sqcup^\omega, 4) \\
 &\vdash (q, \triangleright Xaaba \sqcup^\omega, 5) && \vdash (q, \triangleright Xaaba \sqcup^\omega, 6) \\
 &\vdash (q_r, \triangleright Xaaba \sqcup^\omega, 5) && \vdash (q_{back}, \triangleright XaabX \sqcup^\omega, 4) \\
 &\vdash (q_{back}, \triangleright XaabX \sqcup^\omega, 3) && \vdash (q_{back}, \triangleright XaabX \sqcup^\omega, 2) \\
 &\vdash (q_{back}, \triangleright XaabX \sqcup^\omega, 1) && \vdash (q_0, \triangleright XaabX \sqcup^\omega, 2) \\
 &\vdash (q_A, \triangleright XXabX \sqcup^\omega, 3) && \vdash (q, \triangleright XXabX \sqcup^\omega, 4) \\
 &\vdash (q, \triangleright XXabX \sqcup^\omega, 5) && \vdash (q_r, \triangleright XXabX \sqcup^\omega, 4) \\
 &\vdash (q_{back}, \triangleright XXaXX \sqcup^\omega, 3) && \vdash (q_{back}, \triangleright XXaXX \sqcup^\omega, 2) \\
 &\vdash (q_0, \triangleright XXaXX \sqcup^\omega, 3) && \vdash (q_A, \triangleright XXXXX \sqcup^\omega, 4) \\
 &\vdash (q_{accept}, \triangleright XXXXX \sqcup^\omega, 5)
 \end{aligned}$$

A tedy stroj  $\mathcal{M}$  slovo *baaba* akceptuje.

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

- b) Z předchozího výpočtu a definice přechodové funkce Turingova stroje  $\mathcal{M}$  lze vypočítat, jak funguje. Postupně vždy nahradí nejlevější znak  $a$  nebo  $b$  na pásce znakem  $X$  a poté také nejpravější znak  $a$  nebo  $b$  znakem  $X$ . Toto se opakuje, dokud na pásce zůstávají znaky  $a$  nebo  $b$ .

Stroj  $\mathcal{M}$  akceptuje, pokud poslední znak nahrazený za  $X$  byl  $a$ , nebo pokud po nahrazení nejpravějšího znaku ve slově nezbyly žádné znaky  $a$  a  $b$ . Z toho se dá odvodit, že Turingův stroj  $\mathcal{M}$  rozhoduje jazyk všech slov, která mají sudou délku, nebo je jejich prostřední symbol  $a$ . Jinými slovy

$$L(\mathcal{M}) = (\{a, b\}^2)^* \cup \{wav \mid |w| = |v|\}.$$

Tedy jedno ze slov délky alespoň 3, které stroj  $\mathcal{M}$  neakceptuje, je  $aba$ . Vypočet nad tímto slovem je:

$$\begin{aligned} (q_0, \triangleright aba \sqcup^\omega, 0) &\vdash (q_0, \triangleright aba \sqcup^\omega, 1) && \vdash (q_A, \triangleright Xba \sqcup^\omega, 2) \\ &\vdash (q, \triangleright Xba \sqcup^\omega, 3) && \vdash (q, \triangleright Xba \sqcup^\omega, 4) \\ &\vdash (q_r, \triangleright Xba \sqcup^\omega, 3) && \vdash (q_{back}, \triangleright XbX \sqcup^\omega, 2) \\ &\vdash (q_{back}, \triangleright XbX \sqcup^\omega, 1) && \vdash (q_0, \triangleright XbX \sqcup^\omega, 2) \\ &\vdash (q, \triangleright XXX \sqcup^\omega, 3) && \vdash (q_r, \triangleright XXX \sqcup^\omega, 2) \\ &\vdash (q_{reject}, \triangleright XXX \sqcup^\omega, 1) \end{aligned}$$