

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

**1. [2 body]** Dokažte, že problém rozhodnout, zda v daném neorientovaném grafu existují alespoň 2 různé  $k$ -kliky (dva úplné podgrafy s  $k$  vrcholy lišící se alespoň jedním vrcholem), je NP-těžký. Jinak řečeno, dokažte, že jazyk 2-CLIQUE definovaný níže zadává NP-těžký problém.

$$2\text{-CLIQUE} = \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ je neorientovaný graf obsahující alespoň 2 různé } k\text{-kliky}\}$$

V důkazu můžete využít faktu, že problém kliky (definovaný níže) je NP-úplný:

$$\text{CLIQUE} = \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ je neorientovaný graf obsahující } k\text{-kliku}\}.$$

**Bonus [1 bod]** Dokažte, že problém 2-CLIQUE je dokonce NP-úplný. Tedy dokažte navíc, že  $2\text{-CLIQUE} \in \text{NP}$ .

**Bonus [1 bod]** Dokažte, že jazyk  $n$ -CLIQUE definovaný níže je NP-úplný pro libovolné  $n \geq 1$ :

$$n\text{-CLIQUE} = \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ je neorientovaný graf obsahující alespoň } n \text{ různých } k\text{-klik}\}.$$