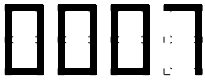


Jméno:

UČO:

Skupina:



líst



učo



body



Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

1. [2 body] Necht' $\Sigma = \{\forall, \exists, \doteq, 1\}$ je abeceda a L je jazyk nad abecedou Σ definovaný předpisem

$$L = \{u \doteq 1^m \mid u \in \{\forall, \exists\}^*, m \in \mathbb{N}_0, \#\forall \exists(u) + \#\exists \forall(u) = m\},$$

kde $\#_v(u)$ značí počet výskytů řetězce v v řetězci u . Jinými slovy, jazyk L obsahuje všechny rovnosti tvaru $u \doteq 1^m$, kde počet alternací kvantifikátorů ve slově $u \in \{\forall, \exists\}^*$ je roven m , tj. počet kvantifikátorů ve slově u , po nichž následuje jiný kvantifikátor, je m .

Příklady slov patřících do jazyka L :

$$\doteq, \forall \doteq, \forall \exists \doteq 1, \forall \forall \exists \doteq 1, \exists \forall \exists \doteq 11, \exists \forall \forall \exists \exists \doteq 11$$

Příklady slov nenáležících do jazyka L :

$$\varepsilon, \forall \exists \doteq, \forall \exists \doteq 11, \forall \exists \doteq \forall \exists \doteq 1$$

Sestrojte bezkontextovou gramatiku pro jazyk L . Stručně, neformálně zdůvodněte, proč vaše gramatika generuje právě jazyk L .

Uvažte gramatiku G definovanou následovně:

$$G = (\{S, A, E\}, \{\forall, \exists, \doteq, 1\}, P, S)$$

$$P = \{S \rightarrow \forall A \mid \exists E \mid \doteq,$$

$$A \rightarrow \forall A \mid \exists E 1 \mid \doteq,$$

$$E \rightarrow \exists E \mid \forall A 1 \mid \doteq\}$$

Všimněme si, že na levé straně odvozovaného slova (nalevo od \doteq) jsme schopni vygenerovat libovolné slovo $u \in \{\forall, \exists\}^*$, a to jednoznačně. Při tomto postupu dochází k přidávání znaku 1 na pravou stranu, kdykoli se nalevo vystřídají kvantifikátory. Neterminál A (resp. E) má tu vlastnost, že po jeho levém boku stojí vždy písmeno \forall (resp. \exists). Jedničku tak přidáváme právě tehdy, když za znak \exists přidáme znak \forall , nebo obráceně. Nakonec se na správné místo (napravo od všech kvantifikátorů a nalevo od všech jedniček) dostane jediný znak \doteq . Nalevo od něj je slovo u a napravo ten správný počet jedniček. Pro ilustraci uvedeme dva příklady slov z L :

