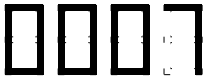


Jméno:

UČO:

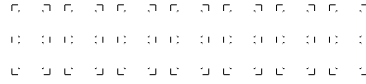
Skupina:



líst



učo



body



Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. [2 body] Necht L a R jsou libovolné jazyky nad libovolnou abecedou Σ . O následujících tvrzeních rozhodněte, zda jsou pravdivá, a svá rozhodnutí zdůvodněte:

a) $L \leq_p SAT \implies L \leq_p TQBF$ Platí

Důkaz. Jestliže $L \leq_p SAT$, pak platí $L \in NP$, potom ale také $L \in PSPACE$ (protože $NP \subseteq PSPACE$). Každý problém v $PSPACE$ se redukuje na $TQBF$ ($TQBF$ je $PSPACE$ -úplný), a proto musí nutně platit $L \leq_p TQBF$.

Alternativně: Necht f je redukce z L na SAT (existuje z předpokladu implikace), g je redukce ze SAT na $TQBF$ (ta jistě existuje, protože $SAT \in PSPACE$). Pak $g \cdot f$ je redukce z L na $TQBF$ a tato redukce je polynomiální, protože složení dvou polynomiálních funkcí je opět polynomiální funkce. Tedy $L \leq_p TQBF$. \square

b) $L \in NTIME(3n^4 + 5) \implies L \in SPACE(n^{12})$ Platí

Důkaz. Ukážeme, že $NTIME(3n^4 + 5) \subseteq SPACE(n^{12})$, z toho pak přímo plyne implikace ze zadání.

$$NTIME(3n^4 + 5) \stackrel{(1)}{=} NTIME(n^4) \stackrel{(2)}{\subseteq} NSPACE(n^4) \stackrel{(3)}{\subseteq} SPACE(n^8) \stackrel{(4)}{\subseteq} SPACE(n^{12})$$

Zdůvodníme nyní jednotlivé vztahy:

(1) z asymptotické složitosti ($3n^4 + 5 \in \Theta(n^4)$),

(2) konkrétní případ $NTIME(f(n)) \subseteq NSPACE(f(n))$ (TS s časovou složitostí $f(n)$ může popsat nejvýše $f(n)$ políček pásky),

(3) ze Savitchovy věty,

(4) z asymptotické složitosti ($n^8 \in \mathcal{O}(n^{12})$). \square

c) $L \in TIME(n^4), R \in NTIME(n^2) \implies L \cdot R \in NP$ Platí

Důkaz. Z předpokladu implikace vyplývá, že:

- $L \in NP$: $L \in TIME(n^4)$, tedy je řešitelné v deterministickém polynomiálním čase, a tedy $L \in P$, jelikož $P \subseteq NP$, tak i $L \in NP$,
- $R \in NP$: $R \in NTIME(n^2)$, tedy je řešitelné v nedeterministickém polynomiálním čase, a tedy $R \in NP$.

Zároveň víme z přednášky, že třída NP je uzavřená na zřetězení, proto i $L \cdot R \in NP$. \square

Jméno:

UČO:

Skupina:

0007

list

2

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo listu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

d) $L \leq_p ACC \implies L \notin NP$ Neplatí

Důkaz. Neplatnost implikace lze dokázat protipříkladem.

Uvažme $L = \emptyset$ a Turingův stroj M , který akceptuje L . Dokážeme, že $L \leq_p ACC$: necht' f je redukce definovaná následovně:

$$f(x) = \langle M, \varepsilon \rangle$$

tedy f vždy vrátí stejnou hodnotu, dvojici obsahující kód stroje M a slova ε (M toto slovo neakceptuje a tedy tato dvojice nepatří do ACC). Tato redukce je jistě polynomiální, protože běží v konstantním čase. Tedy $\emptyset \leq_p ACC$, zároveň ale $\emptyset \in NP$ (\emptyset je rozhodnutelný v konstantním čase, tedy je jistě v NP), máme tedy protipříklad. \square