



Transparentní intensionální logika (TIL)

Marie Duží

<http://www.cs.vsb.cz/duzi/>

TIL Studijní podklady najdete na:

- <http://www.cs.vsb.cz/duzi/TIL.html>
 - Zejména monografie:
- <http://www.cs.vsb.cz/duzi/aleph.pdf>
- Duží M., Jespersen B., Materna P.:
*Procedural Semantics for
Hyperintensional Logic* (2010)
(Anglická monografie)
- *presentace přednášek*
- *cvičení*

Logická sémantika

- Logika je věda o správném **usuzování**, o umění správné **argumentace**
- Jak ovlivňuje logická sémantika usuzování?
- Jestliže usuzujeme, argumentujeme, používáme **jazyk**.
- Abychom mohli správně usuzovat a argumentovat, musíme **rozumět** jednotlivým výrazům a větám, tj. znát jejich **význam**.
- To, jak přesně zachytíme význam v jazyce logiky, ovlivní podstatně, nakolik jsme schopni platné úsudky formalizovat a dokazovat, nakolik jsme schopni usuzování **automatizovat**

Logická sémantika

○ *Výroková logika*

- Omezena na přiřazení **T**, **F** atomickým výrokům a jejich skládání – algebra pravdivostních hodnot

○ *Predikátová logika*

- Navíc – struktura atomických výroků – vlastnosti a vztahy mezi individui
- Těsnopis *matematiky*, zvládne mnohé, ale ne vše, zejména jsou zde problémy s přirozeným jazykem

Logická sémantika

1. Některá prvočísla jsou sudá
2. Některá lichá čísla jsou sudá
3. Někteří chytrí lidé jsou líní
 - Formalizace v PL1: $\exists x [P(x) \wedge Q(x)]$

Otázky:

- Proč mají věty (1), (2), (3) stejnou analýzu?
- Jak je to možné, že výsledná formule má interpretace, ve kterých je pravdivá (modely) a interpretace, ve kterých je nepravdivá, když je to analýza vět (1) a (2)?
- Jak přispívá „překlad“ do formule PL1 k objasnění významu vět ?

Logická sémantika

1. Žádný starý mládenec není ženatý
2. Žádný starý mládenec není bohatý

PL1: $\forall x [P(x) \supset \neg Q(x)]$ nebo
 $\neg \exists x [P(x) \wedge Q(x)]$

Otázky:

- Proč mají obě věty stejné *dvě* formalizace a která z nich je ta „správná“ ?
- Vždyť (1) je *analyticky pravdivá*, zatímco (2) je *empirické tvrzení*, které je za jistých *okolností* pravdivé či ne.

Nedokonalá analýza předpokladů

Vadí to?

Pokud bychom na základě dané formalizace vždy platně odvodili relevantní důsledky, byla by analýza v pořádku

Můžeme vždy provádět korektní inference, korektní usuzování na základě analýzy premis v predikátové logice (např. PL1)?

Paradoxy

- Nutně, $8 > 5$
- Počet planet je 8
-
- Nutně, počet planet je > 5
 - Modální logika, operátor

- Je přikázáno doručit dopis
- Jestliže je dopis doručen, pak je doručen nebo spálen
-
- Je přikázáno dopis doručit nebo spálit
 - Deontické logiky, operátor O

Paradoxy

- Karel věří, že Praha má 1.048.576 obyvatel
- $1.048.576 = 100\,000(16)$

- Karel věří, že Praha má 100 000(16) obyvatel
 - Doxastické a Epistémické logiky, operátory B, K

- Karel ví, že $1+1=2$
- $1+1=2 \Leftrightarrow \text{Sin}(\pi) = 0$

- Karel ví, že $\text{Sin}(\pi) = 0$
 - Paradox logicko-matematické vševědoucnosti

Paradoxy

- Karel počítá $2 + 5$
- $2 + 5 = 7$

- Karel počítá 7
 - Logiky postojů, ... (?)

- Oidipus hledá vrah svého otce
- Oidipus je vrah svého otce

- Oidipus hledá Oidipa

Paradoxy

- President ČR je manžel Ivany
- Jan Sokol se chtěl stát presidentem ČR

- Jan Sokol se chtěl stát manželem Ivany

- Tom si myslí, že francouzský král je moudrý

- Francouzský král existuje

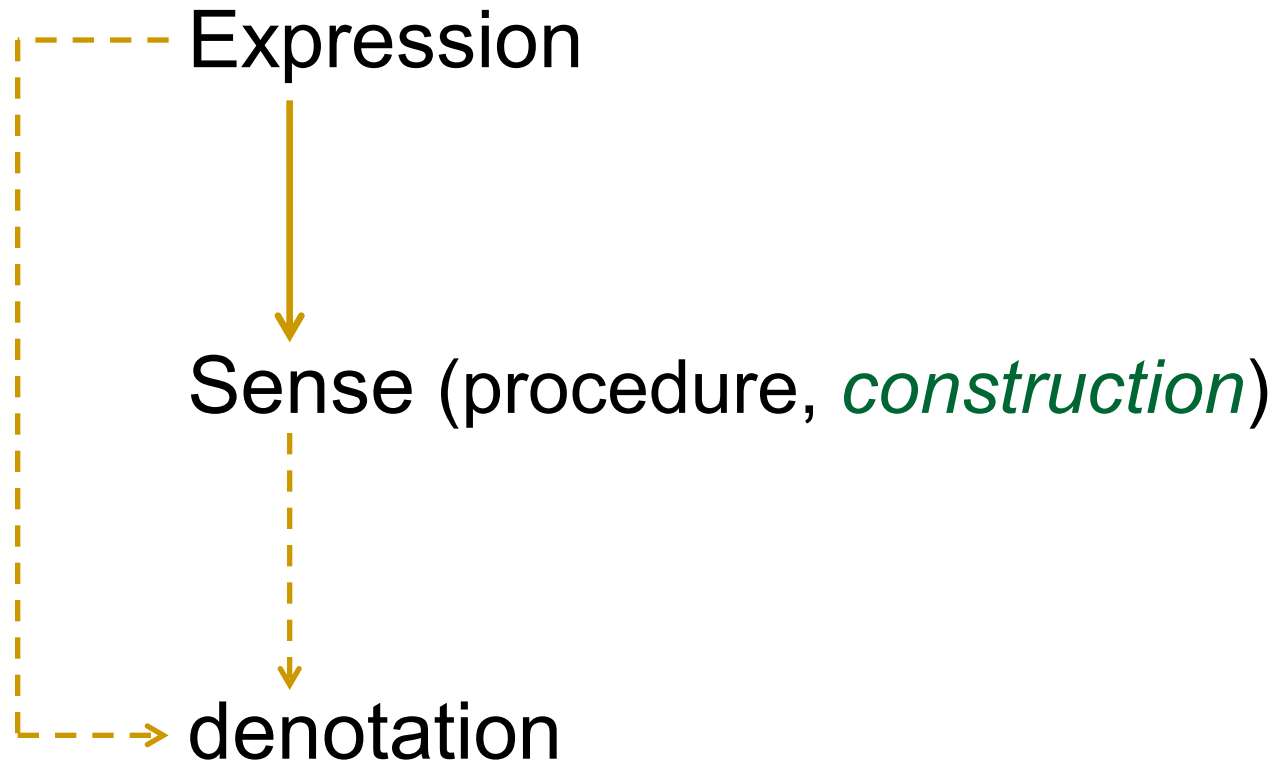
Extenzionální vs. intenzionální kontext

- Kdy je kontext extenzionální?
- Kontext je extenzionální, když v něm platí pravidla *substituce identit* a *existenční generalizace*
- A kdy tato pravidla platí?
- V extenzionálním kontextu
 - hmmm

TIL

- Bohatý strom různých logik
 - Extenzionálních, intenzionálních, ...
 - Vyrostli „zdola“
- Je to OK? Jedna univerzální logika?
- **TIL – universální logický rámec**
 - „top down“ přístup

Procedural semantics of TIL



Ontology of TIL: ramified hierarchy of types

TIL: *three kinds of context*

- **Hyperintensional**; *construction* of the denoted function is an object of predication
 - Tom computes **Sin**(π)
 - Tom believes that the **Pope** is wise but does not believe that the Bishop of Rome is wise
- **Intensional**; the denoted *function itself* is an object of predication
 - **Sine** is a periodic function
 - Tom wants to become the **Pope**
- **Extensional**; *value* of the denoted function is an object of predication
 - **Sin**(π) = 0
 - The **Pope** is wise.

TIL Ontology (types of order 1)

(non-procedural objects)

- ***Basic types***

truth-values {T, F} (**o**)

universe of discourse {individuals} (**ι**)

times or real numbers (**τ**)

possible worlds (**ω**)

- ***Functional types*** (**β α₁...α_n**)

partial functions (**α₁ × ... × α_n**) → **β**

(PWS-)intense, množiny, extense

- *(PWS-)intense* jsou entity typu $((\alpha\tau)\omega)$; zkracujeme $\alpha_{\tau\omega}$
- *Množiny* jsou objekty typu $(\alpha\alpha)$ - charakteristické funkce
- *Extense* dané intense typu $\alpha_{\tau\omega}$ ve světě w a čase t je α -objekt
- *(Binární) Relace* jsou objekty typu $(\alpha\alpha\beta)$ - charakteristické funkce dvojic
- *Vztahy* jsou objekty typu $(\alpha\alpha\beta)_{\tau\omega}$

Nejdůležitější (PWS-)intense

- $ι_{\tau\omega}$ - *individuový úřad* neboli *role*. Je obsazován nanejvýš jedním individuem, označen výrazy jako „president ČR“, „papež“, „první člověk, který zaběhne 100 m pod 9 s“, „Miss World 2016“, ...
- $(οι)_{\tau\omega}$ - *vlastnost individuí*. Označena výrazy jako „být studentem“, „moudrý“, „být vzdělaný a chytrý“, apod.
- $ο_{\tau\omega}$ - *propozice*. Označena oznamovacími větami jako „President ČR je Miloš Zeman“, apod.

Constructions

- *Variables* x, y, p, w, t, \dots ν -construct
- *Trivialization* 0C constructs C (of any type)
 - a *fixed pointer* to C .
 - In order to operate on C , C needs to be grabbed, or 'called', first. Trivialization is such a grabbing mechanism.
- *Closure* $[\lambda x_1 \dots x_n X] \rightarrow (\beta \alpha_1 \dots \alpha_n)$
 $\alpha_1 \quad \alpha_n \quad \beta$
- *Composition* $[F X_1 \dots X_n] \rightarrow \beta$
 $(\beta \alpha_1 \dots \alpha_n) \quad \alpha_1 \quad \alpha_n$
- *Execution* 1X , *Double Execution* 2X

TIL Ontology (*higher-order types*)

- *Constructions of order 1* ($*_1$)
 - \rightarrow construct entities belonging to a type of order 1
 - / belong to $*_1$: *type of order 2*
- *Constructions of order 2* ($*_2$)
 - \rightarrow construct entities belonging to a type of order 2 or 1
 - / belong to $*_2$: *type of order 3*
- *Constructions of order n* ($*_n$)
 - \rightarrow construct entities belonging to a type of order $n \geq 1$
 - / belong to $*_n$: *type of order $n + 1$*
- *Functional entities*: $(\beta \alpha_1 \dots \alpha_n)$ / belong to $*_n$
(n : the highest of the types to which $\beta, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ belong)

And so on, *ad infinitum*

explicit intensionalization and temporalization

- constructions of possible-world intensions directly encoded in the logical syntax:

$\lambda w \lambda t [\dots w \dots t \dots]$

- ${}^0\text{Happy} \rightarrow (o1)_{\tau\omega}$; ${}^0\text{Pope} \rightarrow 1_{\tau\omega}$

$\lambda w \lambda t [{}^0\text{Happy}_{wt} {}^0\text{Pope}_{wt}] \rightarrow O_{\tau\omega}$

- In any possible world (λw) at any time (λt):
 - Take the property of being happy (${}^0\text{Happy}$)
 - Take the papal office (${}^0\text{Pope}$)
 - Extensionalize both of them (${}^0\text{Happy}_{wt}$, ${}^0\text{Pope}_{wt}$)
 - Check whether the holder of the Papal office is happy at that w , t of evaluation ($[{}^0\text{Happy}_{wt} {}^0\text{Pope}_{wt}]$)

Metoda analýzy

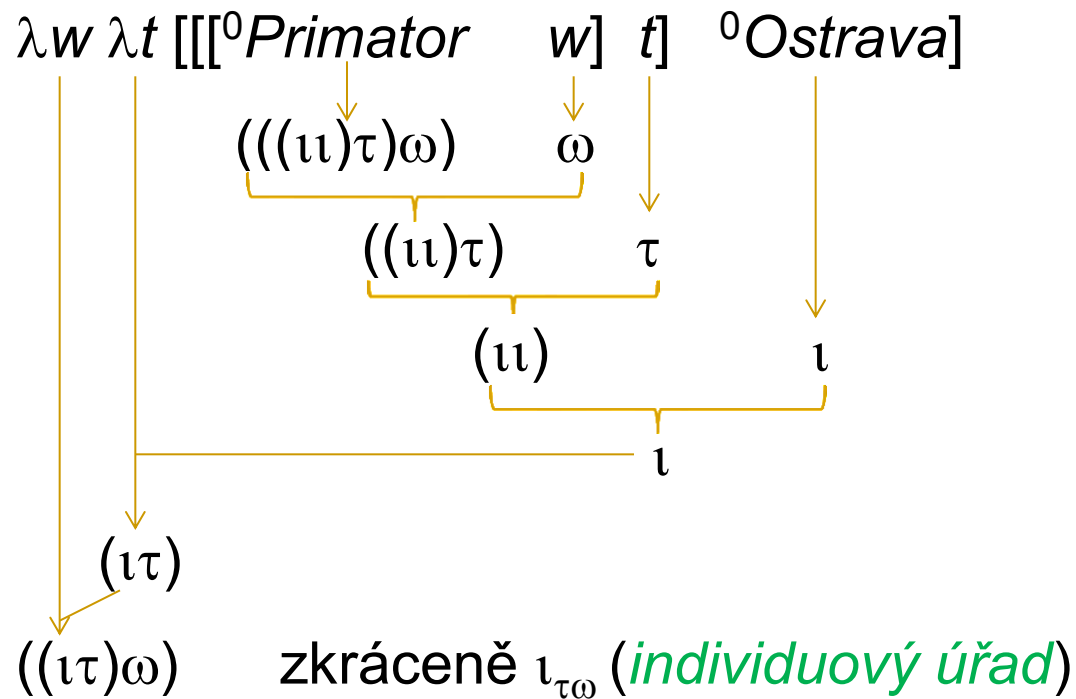
1. Přiřadíme *typy* objektům, o kterých výraz V mluví, tj. objektům označeným podvýrazem výrazu V včetně V samotného.
2. *Spojeme konstrukce* objektů ad 1) tak, abychom zkonstruovali objekt označený výrazem V .

Přitom sémanticky jednoduchým výrazům přiřadíme *Trivializaci* označeného objektu

3. Provedeme *typovou kontrolu*.
-

Příklad: „Primátor Ostravy“

- **Typy:** *Primátor(něčeho)/(((ιι)τ)ω)* – zkr. $(ιι)_{τω}$, *Ostrava/ι*, *Primátor_Ostravy/((ιτ)ω)* – zkr. $ι_{τω}$
- **Syntéza:** $λwλt [{}^0\text{Primátor}_{wt} {}^0\text{Ostrava}]$
- **Typová kontrola:**



„Primátor Ostravy je bohatý“

- **Typy:** $\text{Primátor}(\text{něčeho})/(\iota\iota)_{\tau\omega}$, $\text{Ostrava}/\iota$, $\text{Primátor_Ostravy}/\iota_{\tau\omega}$, $(\text{Být})\text{Bohatý}/(\text{o}\iota)_{\tau\omega}$
- **Syntéza:**
 $\lambda w \lambda t [{}^0\text{Bohatý}_{wt} \lambda w \lambda t [{}^0\text{Primátor}_{wt} {}^0\text{Ostrava}]]_{wt}$
- **Typová kontrola** (zkráceně):
 $\lambda w \lambda t [[({}^0\text{Bohatý}_{wt} \lambda w \lambda t [{}^0\text{Primátor}_{wt} {}^0\text{Ostrava}]]_{wt}]$
 $(\text{o}\iota)$ ι
 o
 $(\text{o}\tau)$
 $((\text{o}\tau)\omega)$ zkráceně $\text{o}_{\tau\omega}$ (*propozice*)

TIL vs. Montague's IL

- IL is an extensional logic, since the axiom of extensionality is valid:
$$\forall x (Ax = Bx) \rightarrow A = B.$$
- This is a good thing. However, the price exacted for the simplification of the language (due to ghost variables) is too high;
 - the law of universal instantiation, lambda conversion and Leibniz's Law do not generally hold, all of which is rather unattractive.
- Worse, IL does *not validate the Church-Rosser 'diamond'*. It is a well-known fact that an ordinary typed λ -calculus will have this property. Given a term $\lambda x(A)B$ (the *redex*), we can simplify the term to the form $[B/x]A$, and *the order in which we reduce particular redexes does not matter*. The resulting term is uniquely determined up to α -renaming variables.
- TIL does not have this defect; it validates the Church-Rosser property though it works with n -ary partial functions
 - the functions of TY_2 are restricted to *unary total* functions (Schönfinkel)

TIL: *logical core*

- *constructions + type hierarchy (simple and ramified)*
 - The **ramified** type hierarchy organizes all higher-order objects: **constructions (types $*_n$)**, as well as functions with domain or range in constructions.
 - The **simple** type hierarchy organizes first-order objects: **non-constructions** like extensions (individuals, numbers, sets, etc.), possible-world intensions (functions from possible worlds) and their arguments and values.
-

Hyperintensionality

- was born out of a negative need, to block invalid inferences
 - Carnap (1947, §§13ff); there are contexts that are neither extensional nor intensional (attitudes)
 - Cresswell; any context in which substitution of necessary equivalent terms fails is hyperintensional
- Yet, which inferences are valid in hyperintensional contexts?
- How hyper are hyperintensions?
- **Which contexts are intensional / hyperintensional?**
- ***TIL definition is positive:***
a context is *hyperintensional* if the very meaning *procedure* is an object of predication

Three kinds of context (once again)

- *hyperintensional context*: a meaning construction occurs *displayed*
 - so that the very *construction* is an object of predication
 - though a construction at least one order higher needs to be executed in order to produce the displayed construction
- *intensional context*: a meaning construction occurs *executed* in order to produce a function f
 - so that *the whole function* f is an object of predication
 - moreover, the executed construction does not occur within another displayed construction
- *extensional context*: the meaning construction is *executed* in order to produce a particular value of the so-constructed function f at its argument
 - so that *the value* of the function f is an object of predication
 - moreover, the executed construction does not occur within another intensional or hyperintensional context.

Hyperintensionality

- *Extensional logic* of hyperintensions
 - *Transparency*: no context is opaque
 - The same (extensional) logical rules are valid in all kinds of context;
 - Leibniz's substitution of identicals, existential quantification even into hyperintensional contexts, ...
 - Only the types of objects these rules are applied at differ according to a context
 - Anti-contextualism: constructions are assigned to expressions as their context-invariant meanings
-