Skupina A

Příklad 1. *(2b.) Určete a v rovině načrtněte definiční obor funkce*

$$\ln(2y - x^2 + 3x - 1)$$

Řešení. Část roviny nad parabolou $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ („břichem“ dolů, vrchol $[3/2, -5/8]$). $\square$

Příklad 2. *(3b.) Určete Taylorův polynom druhého stupně funkce*

$$f(x, y) = \cos(\pi \cos(x + y))$$

v bodě $[\pi, \pi]$

Řešení. $T^2(x, y) = -1$ $\square$

Příklad 3. *(5b.) Určete lokální extrémy funkce* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = 2x^2y - xy + y^2$ *na* $\mathbb{R}^2$.

Řešení. Kritické body $[0, 0]$, $[\frac{1}{2}, 0]$, $[\frac{1}{4}, \frac{1}{16}]$, Hessián $\begin{pmatrix} 4y & 4x - 1 \\ 4x - 1 & 2 \end{pmatrix}$, ten má v prvních dvou kritických bodech záporný deteminant, je tam tedy indefinitní a v bodech nenastává extrém. Ve třetím z bodů je kladný determinant Hessiánu i prvek a_{11} odpovídající $f_{xx}(\frac{1}{4}, \frac{1}{16}) = \frac{1}{4} > 0$, Hessián je tak podle Silvestrova kriteria pozitivně definitní, v bodě nastává minimum funkce.

$\square$