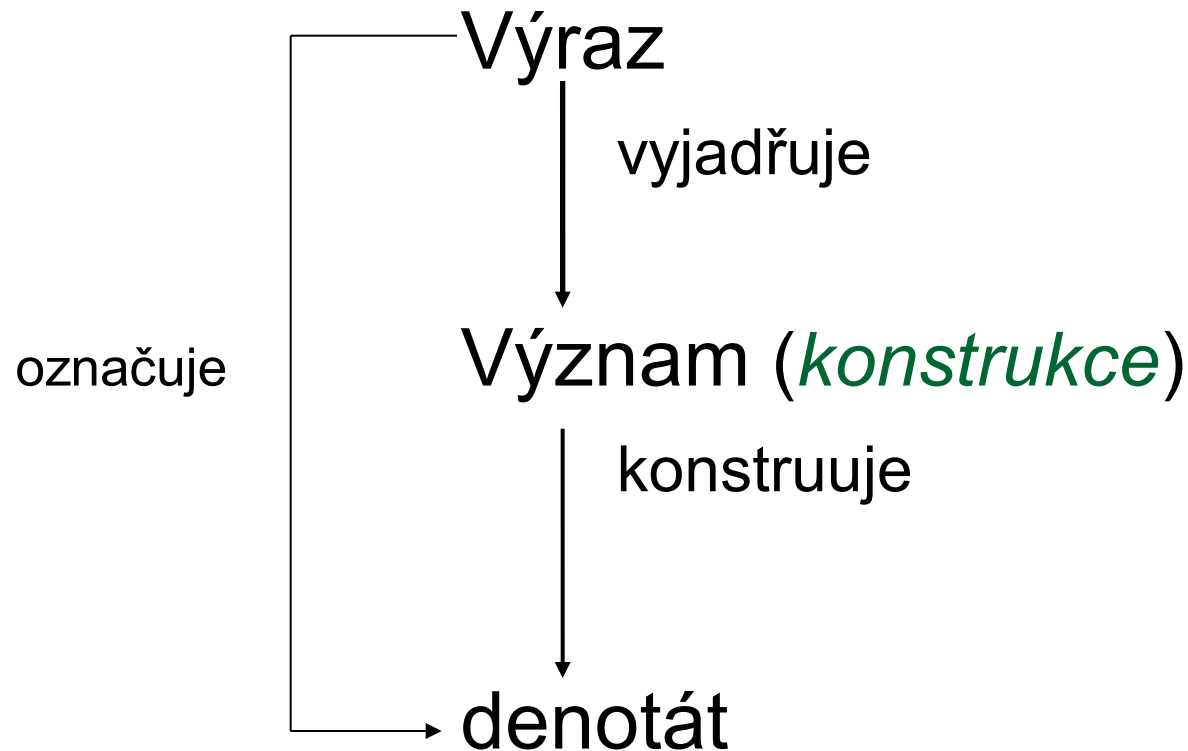

TIL, 3. přednáška

Marie Duží

<http://www.cs.vsb.cz/duzi/>

Sémantické schéma



Ontologie TIL: rozvětvená hierarchie typů

Příklady ze cvičení 2

- Všechna prvočísla větší než 2 jsou lichá.
5 je prvočíslo
5 je větší než 2
-

Číslo 5 je liché

1. $[^0\forall\lambda x [[[^0Prime\ x] \wedge [^0>\ x\ ^02]] \supset [^0Odd\ x]]]$
 2. $[^0Prime\ ^05]$
 3. $[^0>\ ^05\ ^02]$
 4. $[[[^0Prime\ ^05] \wedge [^0>\ ^05\ ^02]] \supset [^0Odd\ ^05]] \quad \forall E, 5/x, 1$
 5. $[^0Prime\ ^05] \wedge [^0>\ ^05\ ^02] \quad \wedge I, 2, 3$
 6. $[^0Odd\ ^05] \quad \text{modus ponens, 4, 5}$
-

Příklady ze cvičení 2

- Všichni psi štěkají
- Alík je pes

- Alík štěká

■ $\lambda w \lambda t \ [{}^0All \ {}^0Pes_{wt}] \ {}^0Štěká_{wt}$; $All((o(o1))(o1))$

■ $\lambda w \lambda t \ [{}^0Pes_{wt} \ {}^0Alík]$

■ Jak dokážeme, že Alík štěká? Definujme:

□ ${}^0All = \lambda m \lambda n \ \forall x \ [[m \ x] \supset [n \ x]]; m, n \rightarrow (o1)$

□ $[[{}^0All \ m] \ n] = \forall x \ [[m \ x] \supset [n \ x]]$

1. $[[{}^0All \ {}^0Pes_{wt}] \ {}^0Štěká_{wt}] = \forall x \ [[{}^0Pes_{wt} \ x] \supset [{}^0Štěká_{wt} \ x]]$ premisa 1

2. $[[{}^0Pes_{wt} \ {}^0Alík] \supset [{}^0Štěká_{wt} \ {}^0Alík]]$ $\forall E, x/Alík$

3. $[{}^0Pes_{wt} \ {}^0Alík]$ premisa 2

4. $[{}^0Štěká_{wt} \ {}^0Alík]$ modus ponens, 2,3

Příklady ze cvičení 2

- Karel chce být prezidentem ČR.
 - Prezident ČR je manžel Ivany.
-
- Karel chce být manželem Ivany.
-
- *Karel, CR, Ivana*_ι; *Prezident(něceho), Manžel(někoho)*_{(ιι)_{τω}}; *Chce_byt*_{(οιι_{τω})_{τω}}: **vztah individua k úřadu**;
*Prezident_CR, Manžel_Ivany*_{ι_{τω}}; **=**_(οιι): **identita** individua
-
- $\lambda w \lambda t [{}^0\text{Chce_byt}_{wt} {}^0\text{Karel} \lambda w \lambda t [{}^0\text{Prezident}_{wt} {}^0\text{CR}]]$
 - $\lambda w \lambda t [{}^0= \lambda w \lambda t [{}^0\text{Prezident}_{wt} {}^0\text{CR}]_{wt} \lambda w \lambda t [{}^0\text{Manzel}_{wt} {}^0\text{Ivana}]_{wt}]$
-
- $\lambda w \lambda t [{}^0\text{Chce_byt}_{wt} {}^0\text{Karel} \lambda w \lambda t [{}^0\text{Manzel}_{wt} {}^0\text{Ivana}]]$

Úsudek je *neplatný*, protože *Chce_byt* je vztah k úřadu. Substituovat tedy můžeme pouze tentýž úřad (rolí). To, že dle druhé premisy náhodou dvě *různé* role (Prezident ČR a manžel Ivany) jsou obsazeny tímtež (nejmenovaným) individuem, je pro substituci irelevantní.

Příklad

- Tom se chce stát papežem.
 - Papež je František.
-
- Tom se chce stát Františkem.
- $\lambda w \lambda t$ [${}^0\text{Chce_byt}_{wt}$ ${}^0\text{Tom}$ ${}^0\text{Papež}$]
 - $\lambda w \lambda t$ [${}^0=$ ${}^0\text{Papež}_{wt}$ ${}^0\text{František}$]
-
- $\lambda w \lambda t$ [${}^0\text{Chce_byt}_{wt}$ ${}^0\text{Tom}$ ${}^0\text{František}$]

$\text{Chce_byt}/(\text{o}\iota_{\tau\omega})_{\tau\omega}$; $\text{Papež}/\iota_{\tau\omega}$; $=/(\text{o}\iota)$: **identita** individua

Úsudek je *neplatný* ze stejných důvodů. Substituovat můžeme pouze tentýž úřad (roli). To, že dle druhé premisy náhodou úřad papeže zastává František, je pro substituci irelevantní.

Žádné individuum nemůže nějak zázračně změnit svou identitu. Individuum je *holé*, určeno pouze svou identitou.

De dicto vs. de re

- $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Chce_byt}_{wt} {}^0 \text{Tom } {}^0 \text{Papež}]$
de dicto
 - $\lambda w \lambda t [{}^0 = {}^0 \text{Papež}_{wt} {}^0 \text{František}]$
de re
-

Příklad

- Tom se chce stát papežem.
 - Papež je Biskup římský. (čteme *de dicto*, tj. jako identitu úřadu.)
-
- Tom se chce stát Biskupem římským.
 - $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Chce_byt}_{wt} {}^0 \text{Tom } {}^0 \text{Papež}]$
 - $\lambda w \lambda t [{}^0 =_u {}^0 \text{Papež } \lambda w \lambda t [{}^0 \text{Biskup}_{wt} {}^0 \text{Rome}]]$
-
- $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Chce_byt}_{wt} {}^0 \text{Tom } \lambda w \lambda t [{}^0 \text{Biskup}_{wt} {}^0 \text{Rome}]]$

$\text{Chce_byt}/(\text{o}i_{\tau\omega})_{\tau\omega}; =_u/(\text{o}i_{\tau\omega}i_{\tau\omega})$: identita úřadu

Úsudek je *platný*. Substituovali jsme jeden a tentýž úřad, jenom různým způsobem konceptualizovaný (konstruovaný).

De dicto vs. de re (týká se významu empirických výrazů)

- Nechť $C \rightarrow Intense/\alpha_{\tau\omega}$ je **konstituent** nadkonstrukce D .
 - Pozn.: **Konstituent** konstrukce D je taková podkonstrukce C , která má výskyt v **modu provedení** (tj. je **užita - executed**). To znamená, že chceme-li provést D musíme provést také C . Výskyt C není v **hyperintensionálním kontextu**, tj. v dosahu **Trivializace**.
- Výskyt C v D je v supozici **de dicto**, neboli **intensionální**, jestliže je **celá funkce** (*Intense*) objektem predikace (tj. argumentem jiné funkce) v D .
- Výskyt C v D je v supozici **de re**, neboli **extensionální**, jestliže je **hodnota funkce** (*Intense*) objektem predikace (tj. argumentem jiné funkce) v D .
 - Navíc, tento výskyt C není v rámci D podkonstrukcí jiné konstrukce v supozici **de dicto**. Vyšší kontext **de dicto** je dominantní nad nižším kontextem **de re**.

Dva principy *de re*

1. *Existenční presupozice*
2. *Substituce koreferenčních výrazů*
(v-kongruentních významů, tj. konstrukcí)

Papež je František:

$\lambda w \lambda t [{}^0 = {}^0 \text{Papež}_{wt} {}^0 \text{František}]$

Tedy, papež existuje:

$\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Exist}_{wt} {}^0 \text{Papež}]$

$\text{Exist}/(\text{o}i_{\tau\omega})_{\tau\omega}$: vlastnost úřadu být obsazen

Dva principy *de re*

2. *Substituce koreferenčních výrazů*
(v-kongruentních významů, tj. konstrukcí)

Papež je František

Papež je moudrý

František je moudrý

$\lambda w \lambda t [{}^0 = {}^0 \text{Papež}_{wt} {}^0 \text{František}]$

$\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Moudrý}_{wt} {}^0 \text{Papež}_{wt}]$

 $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Moudrý}_{wt} {}^0 \text{František}]$

Důkaz: v libovolném $w, t \dots$ (eliminace λ)

- $[{}^0 = {}^0 \text{Papež}_{wt} {}^0 \text{František}]$ předpoklad
- $[{}^0 \text{Moudrý}_{wt} {}^0 \text{Papež}_{wt}]$ předpoklad
- $[{}^0 \text{Moudrý}_{wt} {}^0 \text{František}]$ Leibniz: substituce identit
- $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Moudrý}_{wt} {}^0 \text{František}]$ zavedení λ

Existence

- Není vlastnost (holých) individuí
 - Aristoteles v *Analytica Posteriora*, II, 7, 92b13, říká “being is not a genus”
 - Kant v *Critique of Pure Reason* “Being is ... not a real predicate”
 - Russell (*Principia Mathematica*, 2nd ed., p. 175) “... there is no reason to suppose that a meaning of existence could be found which would be applicable to immediately given subjects”.
- Přesto můžeme (ne)existenci pravdivě a netriviálně predikovat: Papež existuje, Král Francie neexistuje, hobiti neexistují, ...
- *Je to vlastnost*, ale entit jiného (vyššího) druhu, tj. funkcí, intencí (nebo obecně konstrukcí), že mají na daném argumentu hodnotu
- V našem případě vlastnost individuového úřadu

Exist/($\text{oi}_{\tau\omega}$)_{\tau\omega}: vlastnost úřadu být obsazen v daném stavu světa

Existence

$\lambda w \lambda t [^0 = \ ^0 Papež_{wt} \ ^0 František]$

$\lambda w \lambda t [^0 Exist_{wt} \ ^0 Papež]$

Jak to dokážeme? Definujme, zjemňujme, calculemus ...

$Exist = \lambda w \lambda t \lambda u [^0 \exists \lambda x [x = u_{wt}]]$; $u \rightarrow_v \iota_{\tau\omega}$, $x \rightarrow_v \iota$, $= / (o\iota\iota)$: identita individuí

$[^0 Exist_{wt} \ ^0 Papež] = [\lambda u [^0 \exists \lambda x [x = u_{wt}]] \ ^0 Papež] =_{\beta} [^0 \exists \lambda x [x = \ ^0 Papež_{wt}]]$

- $[^0 = \ ^0 Papež_{wt} \ ^0 František]$ premisa
- $[\lambda x [^0 = \ ^0 Papež_{wt} \ x] \ ^0 František]$ λ -abstrakce
- $\neg [^0 Empty \ \lambda x [^0 = \ ^0 Papež_{wt} \ x]]$ def. Kompozice
- $[^0 \exists \lambda x [^0 = \ ^0 Papež_{wt} \ x]]$ def. \exists
- $[^0 Exist_{wt} \ ^0 Papež]$ def. $Exist$

Substituce

- *De dicto* kontext je *intensionální*:
 - Celá konstruovaná *funkce (intense) f* je objektem predikace
 - Za výskyt C v supozici *de dicto* můžeme substituovat pouze konstrukci D , která konstruuje tutéž funkci f .
 - Tedy $C=D$, tj. C, D jsou *ekvivalentní*, tj. v -kongruentní pro každou valuaci v
- *De re* kontext je *extensionální*:
 - *Hodnota* konstruované *funkce (intense) f* je objektem predikace
 - Za výskyt C v supozici *de re* můžeme substituovat konstrukci D , která v -konstruuje tutéž hodnotu (i jiné *intense*).
 - Tedy $C =_v D$, jsou v -kongruentní pro určitou valuaci v

Presupozice vs. (pouhé) vyplývání

(i) **P je presupozicí S :** $(S \models P)$ a $(non-S \models P)$

Důsledek: Jestliže $non-P$, pak ani S ani negovaná $non-S$ není pravdivá; S nemá žádnou pravdivostní hodnotu.

(ii) **Z S vyplývá P** , ale není presupozicí S : $(S \models P)$, ale ani $(non-S \models P)$ ani $(non-S \models non-P)$

Tedy v případě nepravdivosti S nemůžeme odvodit nic o pravdivosti P

Vyplývání: v každém stavu světa w,t , ve kterém jsou pravdivé premisy, je pravdivý i závěr.

Existenční presupozice de re

- Papež je moudrý \models Papež existuje
 - Papež není moudrý \models Papež existuje
 - Tedy, jestliže papež neexistuje, pak věty nemají *žádnou pravdivostní hodnotu*, neboť není komu připsat moudrost
 - Presupozicí obou vět je propozice, že papež existuje
-

De dicto vs. de re

- Jak poznáme, v jaké supozici se ten či onen konstituent vyskytuje?
- Pokud neplatí oba principy *de re*, jedná se o *de dicto* (nebo možná hyperintensionální výskyt)
- *Pomocné pravidlo de re*: $C \rightarrow \beta_{\tau\omega}$ je v supozici *de re*, pokud má výskyt v Kompozici C_{wt} vzhledem k w, t , *ve kterém vyhodnocujeme*, a není to „přebito“ vyšším kontextem, tedy není to v dosahu jiného λ -generického kontextu nebo v dosahu Trivializace
- Papež existuje: $\lambda w \lambda t [{}^0\text{Exist}_{wt} {}^0\text{Papež}]$
 - Objektem predikace je celý úřad (že je obsazen), tedy ${}^0\text{Papež}$ zde má výskyt v supozici *de dicto*
 - Ale dokázali jsme, že je to ekvivalentní konstrukci
 $\lambda w \lambda t [{}^0\exists \lambda x [x = {}^0\text{Papež}_{wt}]]$
 - Tady je ${}^0\text{Papež}$ v Kompozici s w a t , ve kterém vyhodnocujeme, tedy *de re* ??? Ovšem, že **ne**, protože je to výskyt v λ -generickém kontextu (λx). O množině (tj. celé funkci) vypovídáme, že je neprázdná, proto *de dicto*

Nejednoznačnosti

- Papež je hlava katolické církve

a) Čteno *de dicto* jako definice úřadu papeže:

- Nevylývá existence papeže
- Je to *analyticky nutná* pravda, tj. ve všech w, t , také v těch, kde papež neexistuje, \mathbf{T}

$[^0=_{\mathbf{u}} \text{ } ^0\text{Papež } \lambda w \lambda t [^0\text{Head_of}_{wt} \text{ } ^0\text{Church}]] =_{\mathbf{u}} / (o_{\mathbf{1}_{\tau\omega}} \mathbf{1}_{\tau\omega})$: identita úřadu neobsahuje volně ani w ani t , tedy platí nutně:

$\forall w \forall t [^0=_{\mathbf{u}} \text{ } ^0\text{Papež } \lambda w \lambda t [^0\text{Head_of}_{wt} \text{ } ^0\text{Church}]]$

Pozn.: Většinu výroků v ústavě a jiných takovýchto normách je nutno číst *de dicto*.

Př.: President ČR je hlava státu.

President není z výkonu své funkce odpovědný.

- Jsou to výroky *de dicto*: Ať je presidentem ČR kdokoliv (pokud zrovna vůbec někdo), je hlavou státu, není z výkonu funkce odpovědný, ...
- Jinými slovy, tyto *vlastnosti jsou rekvizity úřadu* presidenta ČR. Jde o *nutný vztah mezi intensemi*

Nejednoznačnosti

- b) Čteno *de re*: to individuum, které aktuálně zastává úřad papeže, zastává také úřad hlavy katolické církve
- Vyplývá existence papeže
 - Není to *analyticky nutná* pravda.
 - V těch w, t , ve kterých papež existuje, je to pravda \mathbf{T} , jinak žádná *pravdivostní hodnota* (*existenční presupozice de re*):
 $=_i / (o_{11})$: identita individuí
 $\lambda w \lambda t [{}^0 =_i {}^0 \text{Papež}_{wt} \quad \lambda w \lambda t [{}^0 \text{Head_of}_{wt} {}^0 \text{Church}]_{wt}]$

Nejednoznačnosti

Papež by nemusel být hlavou katolické církve

- a) Čteno *de dicto* analyticky nutně **F**
 $\neg \forall w \forall t [{}^0 =_u {}^0 \text{Papež } \lambda w \lambda t [{}^0 \text{Head_of}_{wt} {}^0 \text{Church}]]$
- b) Čteno *de re* empirická „skoro pravda“, propozice *non-False*
 $\lambda w \lambda t \exists w^* \exists t^* \neg [{}^0 =_i {}^0 \text{Papež}_{wt} \lambda w \lambda t [{}^0 \text{Head_of}_{wt} {}^0 \text{Church}]_{w^*t^*}]$

*V těch stavech světa w, t , ve kterých papež existuje, je to **T**, protože žádné individuum nemá netriviální vlastnost ani nezastává úřad nutně.*

Pokud však v daném w, t papež neexistuje, pak věta nemá žádnou pravdivostní hodnotu (existenční presupozice *de re*)

Domněnkové věty

- Tom si myslí, že papež je moudrý
 - Tedy Tom si myslí, že *propozice* „papež je moudrý“ je pravdivá – papež se vyskytuje v supozici *de dicto*
 - $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Myslí}_{wt} {}^0 \text{Tom} [\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Moudrý}_{wt} {}^0 \text{Papež}_{wt}]]]$
 - $\text{Myslí}/(\circ 1 \circ_{\tau\omega})_{\tau\omega}$: vztah individua k propozici; $\text{Moudrý}/(\circ 1)_{\tau\omega}$; $\text{Papež}/\iota_{\tau\omega}$.
 - ${}^0 \text{Papež}$ zde má výskyt *de dicto*, ačkoliv je v Kompozici s proměnnými w, t , proč?
 - $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Myslí}_{wt} {}^0 \text{Tom} [\lambda w_1 \lambda t_1 [{}^0 \text{Moudrý}_{w_1 t_1} {}^0 \text{Papež}_{w_1 t_1}]]]$
 - má výskyt v generickém λ -kontextu $(\lambda w_1 \lambda t_1)$, tedy úřad není extensionalizován vzhledem ke stavu světa w, t , ve kterém vyhodnocujeme
- Tom si o papeži myslí, že (on) je moudrý
 - Tedy Tom si o tom *individuu*, které aktuálně zastává úřad papeže myslí, že je moudré – papež se vyskytuje v supozici *de re*

Domněnkové věty de re

- Tom si o papeži myslí, že (on) je moudrý
 - $\lambda w \lambda t$ [${}^0\text{Myslí}_{wt}$ ${}^0\text{Tom}$ [$\lambda w_1 \lambda t_1$ [${}^0\text{Moudrý}_{w_1 t_1}$ ${}^0\text{Papež}_{wt}$]]] ???
 - $\text{Myslí}/(\text{o}i\text{o}_{\tau\omega})_{\tau\omega}$; $\text{Moudrý}/(\text{o}i)_{\tau\omega}$; $\text{Papež}/i_{\tau\omega}$.
 - **Stále de dicto !!!** Výskyt v generickém λ -kontextu $(\lambda w_1 \lambda t_1)$. Pokud papež v daném w, t neexistuje, má Tom vztah k degenerované propozici, což může být pravda – není zde existenční presupozice
 - Je nutno konstrukci ${}^0\text{Papež}_{wt}$ „vytáhnout ven“ z generického kontextu $(\lambda w_1 \lambda t_1)$
- Dva způsoby:
 - a) Papež má tu vlastnost, že si o něm Tom myslí, že je moudrý
 - b) Aplikace substituční metody, „přímo“

Domněnkové věty *de re*

- a) Necht' *MTM* je vlastnost individuí, že Tom si o nich myslí, že jsou moudrá

Pak „hrubá analýza“ naší věty je: $\lambda w \lambda t [{}^0MTM_{wt} {}^0Papež_{wt}]$

Nyní musíme analýzu zjemnit tak, že definujeme vlastnost *MTM*:

$${}^0MTM = \lambda w \lambda t \lambda x [{}^0Myslí_{wt} {}^0Tom [\lambda w \lambda t [{}^0Moudrý_{wt} x]]]$$

Aplikujeme na ${}^0Papež_{wt}$:

$$\lambda w \lambda t [\lambda x [{}^0Myslí_{wt} {}^0Tom [\lambda w \lambda t [{}^0Moudrý_{wt} x]]] {}^0Papež_{wt}]$$

Papež patří do množiny těch individuí, o kterých si Tom myslí, že jsou moudrá. Je to korektní analýza případu *de re*.

OK, ale co když uděláme β -redukci? Dostaneme:

$$\lambda w \lambda t [{}^0Myslí_{wt} {}^0Tom [\lambda w \lambda t [{}^0Moudrý_{wt} {}^0Papež_{wt}]]]$$

Obdrželi jsme analýzu případu *de dicto*! Kde je chyba?

Především, došlo ke kolizi proměnných, musíme přejmenovat:

$$\lambda w \lambda t [{}^0Myslí_{wt} {}^0Tom [\lambda w_1 \lambda t_1 [{}^0Moudrý_{w_1 t_1} {}^0Papež_{wt}]]]$$

Ale zde je opět výskyt konstrukce 0Papež v supozici *de dicto*! Kde je chyba?

Problém spočívá v tom, že jsme provedli β -redukci jménem, ale ta není v logice parciálních funkcí (jakou je TIL) ekvivalentní

Domněnkové věty de re

- a) Tedy adekvátní analýza případu ad a) „Papež má tu vlastnost, že si o něm Tom myslí, že je moudrý“ je

$$\lambda w \lambda t [\lambda x [{}^0 \text{Myslí}_{wt} {}^0 \text{Tom} [\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Moudrý}_{wt} x]] {}^0 \text{Papež}_{wt}]]$$

- b) Druhá možnost je aplikace substituční metody, tj. analýza pomocí *Sub* a *Tr*:

$$\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Myslí}_{wt} {}^0 \text{Tom} {}^2 [{}^0 \text{Sub} [{}^0 \text{Tr} {}^0 \text{Papež}_{wt}] {}^0 \text{on} \\ {}^0 [\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Moudrý}_{wt} \text{on}]]]]]$$

Dodatečné typy:

$\text{Sub}/(*_n *_n *_n *_n)$: operuje na konstrukcích, $[{}^0 \text{Sub } co \text{ za-co } kam]$, výsledkem je upravená konstrukce.

$\text{Tr}/(*_n \iota)$: konstruuje Trivializaci individua na vstupu (dodá „pointer“ na to individuum)

Substituční metoda

$[^0Tr\ ^0Papež_{wt}]$ v -konstruuje Trivializaci toho individua, které je papežem v daném w, t (proměnné w, t jsou zde *volné!*).

$[^0Sub\ [^0Tr\ ^0Papež_{wt}]\ ^0on\ [^0\lambda w\lambda t\ [^0Moudrý_{wt}\ on]]]$
 v -konstruuje *konstrukci* propozice.

$^2[^0Sub\ [^0Tr\ ^0Papež_{wt}]\ ^0on\ [^0\lambda w\lambda t\ [^0Moudrý_{wt}\ on]]]$
Následné opětovné provedení (proto Dvojí Provedení) dodá propozici, že to individuum, které je aktuálně papežem, je moudré, ke které má Tom vztah.

- Je-li papežem František, pak výsledkem je propozice $[^0\lambda w\lambda t\ [^0Moudrý_{wt}\ ^0František]]$
- Jestliže papež neexistuje, pak $[^0Tr\ ^0Papež_{wt}]$ je v -nevlastní, tedy je v -nevlastní i Substituce, tedy i její Dvojí Provedení. Proto je v -nevlastní i celá Kompozice $[^0Myslí_{wt}\ ^0Tom\ \dots]$. Tedy v takovém stavu světa, kde papež neexistuje, nemá propozice označená větou **žádnou pravdivostní hodnotu** – existenční presupozice *de re*.