Cheat sheet – 1.cvičení

Definiční obory

Podmínky pro definiční obor jsou způsobeny výrazy, jež nemají v $\mathbb{R}^n$ smysl. Zde je uveden jejich přehled spolu s podmínkou, která z nich plyne.

výraz	podmínka	důvod
$\frac{\text{něco}}{\text{🐱}}$	$\text{🐱} \neq 0$	nulou nelze dělit
$\sqrt{\text{🐱}}$	$\text{🐱} \geq 0$	(obecně sudá) odmocnina ze záporného čísla nemá smysl
$\ln \text{🐱}$	$\text{🐱} > 0$	platí pro logaritmus o libovolném základě; jedná se o inverzní funkci k exponenciále, která má obor hodnot $\mathbb{R}^+$
$\arcsin \text{🐱}$, $\arccos \text{🐱}$	$-1 \leq \text{🐱} \leq 1$	inverzní funkce k sin, resp. cos, jejichž obor hodnot je $[-1, 1]$

Křivky v $\mathbb{R}^2$

Seznam základních křivek v $\mathbb{R}^2$, které je dobré umět nakreslit (zejména přímku, kružnici, elipsu, parabolu).

rovnice	popis
$y = ax + b$	Přímka procházející body $[0, b]$ a $[\frac{-b}{a}]$.
$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$	Kružnice se středem $[x_0, y_0]$ a poloměrem r.
$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$	Elipsa se středem $[x_0, y_0]$, délkou vodorovné poloosy a a svislé b.
$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$	Hyperbola se středem $[x_0, y_0]$, hlavní osou rovnoběžnou s osou x, asymptotami $y = \pm\frac{b}{a}(x - x_0) + y_0$ a vrcholy $[x_0 \pm a, y_0]$
$-\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1.$	Hyperbola se středem $[x_0, y_0]$, hlavní osou rovnoběžnou s osou y, asymptotami $y = \pm\frac{b}{a}(x - x_0) + y_0$ a vrcholy $[x_0, y_0 \pm b]$.
$(x - x_0)(y - y_0) = c$	Hyperbola se středem $[x_0, y_0]$, asymptoty jsou rovnoběžné s osami x, y.
$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$	Parabola s vrcholem $[x_0, y_0]$, osou rovnoběžnou s osou x; pro $p > 0$ otevřená doprava, pro $p < 0$ doleva.
$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$	Parabola s vrcholem $[x_0, y_0]$, osou rovnoběžnou s osou y; pro $p > 0$ otevřená nahoru, pro $p < 0$ dolů.

Základní plochy v $\mathbf{R}^3$

Rovina

Typ rovnice	rovnice	poznámka
obecná	$ax + by + cz + d = 0$	Normálový vektor $\mathbf{n} = (a, b, c)$.
parametrická	$x = x_0 + tu_1 + sv_1$ $y = y_0 + tu_2 + sv_2$ $z = z_0 + tu_3 + sv_3$	Bod $[x_0, y_0, z_0]$ leží v rovině, $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ a $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ jsou dva lineárně nezávislé vektory v této rovině.
úseková	$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} + \frac{z}{r} = 1$	Rovina prochází body $[p, 0, 0], [0, q, 0], [0, 0, r]$.

Přímka

Typ rovnice	rovnice	poznámka
obecná	–	neexistuje
parametrická	$x = x_0 + tu_1$ $y = y_0 + tu_2$ $z = z_0 + tu_3$	Bod $[x_0, y_0, z_0]$ leží na přímce, $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ je směrový vektor.

Kvadriky

Každou kuželosečku z $\mathbb{R}^2$ lze v $\mathbb{R}^3$ chápat jako nekonečně vysoký válec s profilem uvažované kuželosečky.

Kvadrika	rovnice	poznámka
koule	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$	Koule se středem v $[x_0, y_0, z_0]$ a poloměrem r.
elipsoid	$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1$	Elipsoid se středem $[x_0, y_0, z_0]$ a poloosami o délkách a, b, c.
paraboloid	$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = z$	Eliptický paraboloid (horizontální řezy jsou elipsy, vertikální paraboly) s vrcholem $[x_0, y_0, z_0]$
kužel	$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1$	Eliptický kužel (horizontální řezy jsou elipsy, vertikální přímky) s vrcholem $[x_0, y_0, z_0]$