

31. Vypočítejte dvojný integrál dané funkce přes danou množinu  $\Omega$ :

a)  $\iint_{\Omega} x^2 y \, dx dy,$

$\Omega: x = 1, x = 4, y = -2, y = 3,$

b)  $\iint_{\Omega} \frac{x^2}{1+y^2} \, dx dy,$

$\Omega: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3,$

c)  $\iint_{\Omega} \sqrt{xy} \, dx dy,$

$\Omega: 0 \leq x \leq \pi, \pi/4 \leq y \leq \pi,$

d)  $\iint_{\Omega} \sin(2x + y) \, dx dy,$

$\Omega: 1 \leq x \leq 2, -\pi/2 \leq y \leq \pi/2,$

e)  $\iint_{\Omega} x \cos y \, dx dy,$

$\Omega: y \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1,$

f)  $\iint_{\Omega} (e^y + 2x) \, dx dy,$

32. Vypočítejte dvojný integrál  $\iint_A xy \, dx dy$ , je-li množina  $A$ :

- a) obdélník omezený přímkami  $x = 0, x = a, y = 0, y = b, a, b > 0$ ,
- b) množina  $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 4\}$ ,
- c) parabolická úseč omezená křivkami  $y = 4 - x, y^2 = 2x$ .

33. Vypočítejte následující dvojnásobné integrály:

a)  $\int_0^2 \left( \int_0^1 (x^2 + 2y) \, dx \right) dy,$

b)  $\int_0^{\pi/2} \left( \int_{\cos y}^1 x^4 \, dx \right) dy,$

c)  $\int_0^{\pi/2} \left( \int_0^{\cos y} x^3 \cos y \, dx \right) dy,$

i)  $\int_0^{2\pi} \left( \int_0^a e^2 \sin^2 \varphi \, d\varphi \right) d\varphi,$  j)  $\int_0^{\pi/2} \left( \int_{a \cos \varphi}^{a(1+\cos \varphi)} d\varphi \right) d\varphi,$

k)  $\int_0^1 \left( \int_0^x \sqrt{4x^2 - y^2} \, dy \right) dx,$  l)  $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \left( \int_{\sin y}^{3 \sin y} (x + \cos y) \, dx \right) dy,$

m)  $\int_0^{\pi} \left( \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin x \cos y \, dy \right) dx,$  n)  $\int_0^{\pi/2} \left( \int_{a \cos \varphi}^{a(1+\cos \varphi)} e \, d\varphi \right) d\varphi.$

34. Vypočítejte dvojný integrál dané funkce přes množinu  $\Omega$  omezenou zadanými křivkami:

a)  $\iint_{\Omega} (x - y) \, dx dy,$   $\Omega: y = 0, y = x, x + y = 2,$

b)  $\iint_{\Omega} (x^2 + y) \, dx dy,$   $\Omega: y = x^2, y^2 = x,$

c)  $\iint_{\Omega} x^2 \, dx dy,$   $\Omega: x = 1, x = 2, y = 1, y = x,$

d)  $\iint_{\Omega} x \, dx dy,$   $\Omega: x = 2 + \sin y, x = 0, y = 0, y = 2\pi,$

e)  $\iint_{\Omega} x \, dx dy,$   $\Omega: x = 2, x = 4, y = x, y = 2x,$

f)  $\iint_{\Omega} x \, dx dy,$   $\Omega: x + y = 2, y = 0, y = 1, x = 0,$

g)  $\iint_{\Omega} x \, dx dy,$   $\Omega: \pi/4 \leq x \leq \pi/3, y = x, y = x \lg x,$

h)  $\iint_{\Omega} x \, dx dy,$   $\Omega: x = 0, y = \pi, y = x,$