

Cvičení 11: Nerovnosti, Popisná statistika a normální rozdělení

Příklad 1. Na FI je 10% studentů s prospěchem do 1,2. Jak velkou skupinu je třeba vybrat, aby s pravděpodobností 0,95 v ní bylo 8-12% studentů s prospěchem do 1,2? Úlohu řešte pomocí Moivre-Laplaceovy věty.

Řešení. Nechť X značí náhodnou veličinu udávající počet studentů s prospěchem do 1,2 z n náhodně vybraných studentů. Pak $X \sim Bi(n, 0.1)$. Podmínku ze zadání můžeme přepsat jako $0,08n \leq X \leq 0,12n$. Celkem tak máme podmínku

$$0,95 = P(0,08n \leq X \leq 0,12n) = P\left(\frac{-0,02n}{0,3\sqrt{n}} \leq \frac{X - 0,1n}{0,3\sqrt{n}} \leq \frac{0,02n}{0,3\sqrt{n}}\right) = 2\Phi\left(\frac{0,02n}{0,3\sqrt{n}}\right) - 1,$$

odkud $\Phi\left(\frac{0,02n}{0,3\sqrt{n}}\right)$ a po aplikaci Φ^{-1} dostáváme $\frac{0,02n}{0,3\sqrt{n}} = \Phi^{-1}(0,975) = 1,96$ a konečně $x \geq 865$