Příklad 9: Předpokládejme, že výška desetiletých chlapců má normální rozdělení $N(\mu,\sigma^2)$ s neznámou střední hodnotou μ a rozptylem $\sigma^2 = 39{,}112$. Změřením výšky 15 chlapců jsme určili výběrový průměr $\Pi = 139{,}13$.

Určete:

(a) 99% oboustranný interval spolehlivosti pro parametr μ

(b) dolní odhad μ na hladině významnosti 95%

Řešení:

(a) – jako na posledním cvičení

$(1-\alpha)$% interval spolehlivosti je tvaru (pro μ při známém σ^2):

$$\left(\Pi - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\, u_{1-\frac{\alpha}{2}} \, ; \, \Pi + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\, u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) \quad ; \quad u_{0{,}995} = 2{,}58$$

-> dosadíme:

$$\left(139{,}13 - \frac{\sqrt{39{,}112}}{\sqrt{15}} \cdot 2{,}58 \, ; \, 139{,}13 + \frac{\sqrt{39{,}112}}{\sqrt{15}} \cdot 2{,}58\right)$$

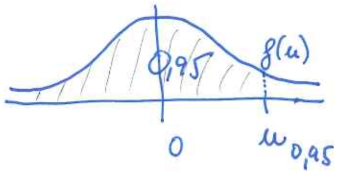
$$\Rightarrow \text{IS} = \underline{\underline{(134{,}96 \, ; \, 143{,}30)}}$$

tj. $\mu \in \text{IS}$ s 99% pstí

(b) Hledáme dolní odhad, což znamená, že chceme, aby platilo $\mu \in (D, \infty)$ s pstí 95%.

Naším úkolem je najít číslo D. Vyjdeme ze vztahu:

$$P\Bigg(\underbrace{\frac{\Pi - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}_{=U \sim N(0,1)} < u_{0{,}95}\Bigg) = 0{,}95 \quad \ldots$$



$$P\left(\Pi - \mu < u_{0{,}95} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0{,}95$$

$$P\left(139{,}13 - \overset{u_{0,95}}{1{,}65} \cdot \frac{\sqrt{39{,}112}}{\sqrt{15}} < \mu\right) = 0{,}95$$

$$P\left(\Pi - u_{0{,}95} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu\right) = 0{,}95$$

dosadíme ⟶

$\mu \in (136{,}47 ; \infty)$ s pstí 95%