

Desátý dobrovolný domácí úkol

Všechny odpovědi zkuste precizně zdůvodnit.

1. U následujících množin doplňte do tabulky:

- symbol „ \times “, pokud množina spolu se standardním sčítáním a standardním násobením netvoří okruh,
- písmeno „O“, pokud tvoří okruh, ale ne obor integrity,
- písmeno „I“, pokud tvoří obor integrity, ale ne těleso,
- písmeno „T“, pokud se jedná o těleso.

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$	\mathbb{Q}	\mathbb{R}	\mathbb{C}	\mathbb{Z}_4	\mathbb{Z}_5	\mathbb{Z}_5^\times	\mathbb{R}^*	$\mathbb{R}[x]$	$\text{Mat}_2(\mathbb{R})$	$\text{GL}_2(\mathbb{R})$
$+, \cdot$													

2. Rozhodněte, zda předpisy $(x, y) * (u, v) = (x + u, y + v)$ a $(x, y) \diamond (u, v) = (xu + 2yv, xv + yu)$, pro $(x, y), (u, v) \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$, definují operace na množině $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ takové, že $(\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}, *, \diamond)$ je okruh, případně obor integrity, či dokonce těleso.
3. Dejte příklad okruhu, který není tělesem, a nějakého jeho podokruhu, který tělesem je.