Třetí dobrovolný domácí úkol

1. U následujících množin a operací doplňte na prázdná místa do tabulky:

   - písmeno „M“, pokud množina s danou operací tvoří monoid, ale ne grupu,
   - písmeno „G“, pokud množina s danou operací tvoří grupu.

   Přitom „+“ značí standardní sčítání a „·“ standardní násobení. Křížky v tabulce znamenají, že se v daném případě nejedná o monoid (a toto již bylo obsahem 1. domácího úkolu).

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$	$\mathbb{Z}_5$	$\mathbb{Z}_5^\times$	$\mathbb{Q}^*$	$\mathbb{R}^*$	$\mathrm{Mat}_2(\mathbb{R})$	$\mathrm{Mat}_{2,3}(\mathbb{R})$	$\mathbb{GL}_2(\mathbb{R})$
$+$	$\times$						$\times$	$\times$	$\times$			$\times$
$\cdot$											$\times$	

2. Rozhodněte, zda množina všech bijekcí $f\colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ takových, že pro všechna $k, l, m \in \mathbb{N}$ mají $f((k, m))$ a $f((l, m))$ stejnou druhou složku, je podmonoidem, případně podgrupou, grupy všech bijekcí na $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ s operací kompozice (= skládání).

3. Dejte příklad grupy G řádu 12 a její podgrupy H takové, že H má 4 prvky. Mohla by mít grupa G podgrupu o 10 prvcích?