Čtvrtý dobrovolný domácí úkol

1. Nechť $(G, \circ)$ je grupa a a nějaký její pevně zvolený prvek. Dokažte, že potom $(G, \triangle)$, kde $\forall g, h \in G\colon g \triangle h = g \circ a \circ h$, je také grupa.

2. Uvažujme grupu $(S_{\mathbb{N}}, \circ)$ všech permutací množiny $\mathbb{N}$. Rozhodněte, zda dané podmnožiny tvoří její podgrupu:

   a) $H_1 = \{\sigma \in S_{\mathbb{N}} \mid \forall n \in \mathbb{N}\colon \sigma(n) > n\}$,

   b) $H_2 = \{\sigma \in S_{\mathbb{N}} \mid \forall n \in \mathbb{N}\colon \sigma(2n) = 2n\}$.

3. Dejte příklad grupy, která obsahuje šestiprvkovou podgrupu H a desetiprvkovou podgrupu K takové, že $|H \cap K| = 1$.

4. Dejte příklad grupy, která obsahuje šestiprvkovou podgrupu H a desetiprvkovou podgrupu K takové, že $|H \cap K| = 2$.