

Osmý dobrovolný domácí úkol

Všechny odpovědi zkuste precizně zdůvodnit.

1. Určete, které známé grupě je izomorfní grupa $(G, \cdot)/H$, kde

$$G = \left\{ \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ r & q & 0 \\ f & g & 1 \end{array} \right) \mid q \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}, r \in \mathbb{R}, f, g \in \mathbb{R}[x], g \text{ má kořen } 5 \right\},$$

$$H = \left\{ \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ r & 1 & 0 \\ f & g & 1 \end{array} \right) \mid r \in \mathbb{R}, f, g \in \mathbb{R}[x] \text{ mají kořen } 5 \right\}.$$

2. Nalezněte všechny kořeny polynomu $f = x^3 - 2$ a rozložte jej na ireducibilní faktory postupně nad $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.
3. Najděte normovaný polynom s reálnými koeficienty mající kořen $-\frac{1}{3}$ s násobností 1 a kořen $3 + 2i$ s násobností 2, který bude mít co nejmenší stupeň.