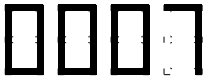


Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

2. [2 body] Mějme abecedu $\Sigma = \{a, b\}$.

Každý z následujících jazyků popište pomocí jednoprvkových jazyků $\{a\}$ a $\{b\}$ s využitím konečného počtu operací sjednocení (\cup), průniku (\cap), rozdílu (\setminus), doplňku (co-), zřetězení (\cdot), mocniny ($^0, ^2, ^3, \dots$), iterace ($*$) a pozitivní iterace ($^+$), mimo operací, které jsou zakázány u konkrétního jazyka. Navíc můžete používat pomocné jazyky rovněž zadané odpovídajícím způsobem.

- $\{a, b\}^+$ bez použití iterace ($*$) a pozitivní iterace ($^+$)
- $(\{a\}^* \setminus \Sigma)$ bez použití doplňku (co-) a rozdílu (\setminus)
- jazyk tvořený právě slovy s lichým počtem znaků a
- $\{aa, b\}^* \cap \{a, bb\}^*$ bez použití průniku (\cap)

Pro každou část této úlohy uvedeme jedno z možných řešení.

- Jediné slovo, které jazyk $\{a, b\}^+$ neobsahuje, je prázdné slovo, proto lze tento jazyk zapsat jako doplněk jazyka obsahujícího prázdné slovo: $\{\varepsilon\}$. Ten sice v nabídce nemáme, ale můžeme jej vyjádřit pomocí nulté mocniny:

$$L_a = \{a, b\}^+ = \text{co-}(\{a\}^0).$$

- Po odečtení abecedy $\{a, b\}$ bude výsledný jazyk obsahovat prázdné slovo a slova tvořená dvěma a více znaky a :

$$L_b = (\{a\}^* \setminus \Sigma) = (\{a\} \cdot \{a\}^+ \cup \{a\}^0).$$

- V jazyce budou (mimo jiné) všechna slova obsahující právě jeden znak a :

$$L_{c1} = \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^*.$$

Pokud po prvním znaku a následují ještě další znaky a , zajistíme jejich výsledný lichý počet tím, že dovolíme rozšiřovat slovo vždy právě o dva znaky a . Na počtech znaků b mezi nimi nezáleží:

$$L_c = \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^* \cdot (\{a\} \cdot \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^*)^*.$$

- První iterace umožňuje tvořit pouze slova, kde se vyskytují znaky a ve dvojicích, nikdy samostatně (na znacích b nezáleží), obdobně druhá iterace jenom slova s dvojicemi znaků b . Jejich průnikem tedy bude jazyk slov tvořených libovolným počtem zřetězení dvojic aa a bb :

$$L_d = \{aa, b\}^* \cap \{a, bb\}^* = (\{a\}^2 \cup \{b\}^2)^*.$$

Alternativně můžeme využít De Morganova pravidla:

$$\begin{aligned} L_{d1} &= (\{a\}^2 \cup \{b\})^*, \\ L_{d2} &= (\{a\} \cup \{b\}^2)^*, \\ L'_d &= \text{co-}(\text{co-}L_{d1} \cup \text{co-}L_{d2}). \end{aligned}$$