

Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte
leva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. [2 body] Necht' $\Sigma = \{a, b\}$. Uvažte jazyk L nad Σ takový, že v každém slově je vzdálenost mezi každými dvěma po sobě bezprostředně následujícími znaky b nejvýše 2 a zároveň jsou tyto vzdálenosti v rámci každého slova vždy stejné. Tedy například slova $aaaaabbb, bab, babab, \varepsilon, aaaaaaaaaa$ do jazyka L patří a slova $aaaaabbabaabaaaab, abaaaab, baababa$ do jazyka L nepatří.

Rozhodněte, zda je L regulární, a své tvrzení dokažte. Tedy je-li vaše odpověď, že se jedná o regulární jazyk, uveďte příslušnou regulární gramatiku nebo konečný automat včetně všech formálních náležitostí. Pokud se podle vás naopak o regulární jazyk nejedná, dokažte tuto skutečnost pomocí Lemmatu o vkládání (Pumping lemma).

Jazyk L je regulární, dokážeme to například tak, že pro něj zkonstruujeme odpovídající regulární gramatiku. Při její konstrukci je vhodné si návodně pojmenovat neterminální symboly, protože nám budou napomáhat uvědomit si, jaké vzory jsou povoleny. Pod vzory myslíme možné posloupnosti písmen mezi dvěma výskyty znaku b , tedy bb, bab , nebo $baab$, protože podmínka v definici L je kladena právě na počet a mezi dvěma bezprostředně následujícími b . Pro každé slovo je příslušný vzor dán jednoznačně vzdáleností prvních dvou b .

Nejprve zaručíme, aby každé slovo mohlo začínat (S) nebo končit (A) libovolným množstvím znaků a . Jinak je základní myšlenka konstrukce v tom, že od prvního výskytu b zaznamenáme vzor (B). Jakmile máme zafixovaný vzor, musíme zajistit, aby v daném slově již nebylo možné použít jiný vzor (C). Kromě toho musíme dávat pozor, abychom neporušili požadavky na regulární gramatiky, speciálně to, kdy je možno přepsat S na ε (vytvoříme pomocný neterminál S').

Necht' tedy $G = (\{S, S', B_b, B_{ba}, B_{baa}, C_{bb}, C_{bab}, C_{baba}, C_{baab}, C_{baaba}, C_{baabaa}, A\}, \Sigma, P, S)$, kde

$$P = \{S \rightarrow aS' \mid bB_b \mid a \mid b \mid \varepsilon, \\ S' \rightarrow aS' \mid bB_b \mid a \mid b,$$

$$B_b \rightarrow bC_{bb} \mid aB_{ba} \mid a \mid b,$$

$$B_{ba} \rightarrow bC_{bab} \mid aB_{baa} \mid a \mid b,$$

$$B_{baa} \rightarrow bC_{baab} \mid aA \mid a \mid b,$$

$$C_{bb} \rightarrow bC_{bb} \mid aA \mid a \mid b,$$

$$C_{bab} \rightarrow aC_{baba} \mid a,$$

$$C_{baba} \rightarrow bC_{bab} \mid aA \mid a \mid b,$$

$$C_{baab} \rightarrow aC_{baaba} \mid a,$$

$$C_{baaba} \rightarrow aC_{baabaa} \mid a,$$

$$C_{baabaa} \rightarrow bC_{baab} \mid aA \mid a \mid b,$$

$$A \rightarrow aA \mid a\}.$$

Platí, že $L(G) = L$. A protože G je regulární gramatika, jazyk L je také regulární.