

Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte
zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. [2 body] Uvažte následující gramatiku G :

$$\begin{aligned}
 G &= (\{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P, S), \\
 P &= \{ S \rightarrow CB \mid cab, \\
 &\quad A \rightarrow \varepsilon \mid EbD \mid aa, \\
 &\quad B \rightarrow A \mid Cb \mid b, \\
 &\quad C \rightarrow \varepsilon \mid BbA, \\
 &\quad D \rightarrow aaaD \mid aaa \mid \varepsilon, \\
 &\quad E \rightarrow aE \mid bFa \mid aDF \mid bDE, \\
 &\quad F \rightarrow bEaa \mid Fa \}.
 \end{aligned}$$

Pomocí algoritmů z přednášky převed'te gramatiku G na ekvivalentní vlastní gramatiku a následně na gramatiku v Chomského normální formě. Do řešení uveďte celý postup převodu, zejména následující mezivýsledky:

- ke gramatice G ekvivalentní gramatiku G_1 bez ε -pravidel (nezapomeňte uvést množinu N_ε obsahující všechny neterminály, které se dají přepsat na ε),
- ke gramatice G_1 ekvivalentní gramatiku G_2 bez ε -pravidel a jednoduchých pravidel (uveďte množiny N_X , t.j. množiny všech neterminálů, na které se může $X \in N$ přepsat pomocí jednoduchých pravidel),
- ke gramatice G_2 ekvivalentní vlastní gramatiku G_3 ,
- ke gramatice G_3 ekvivalentní gramatiku G_4 v Chomského normální formě (CNF).

Prvním krokem je odstranění ε -pravidel z gramatiky G . Množina neterminálů, které je možné přepsat na ε , je $N_\varepsilon = \{S, A, B, C, D\}$. Vzhledem k tomu, že $S \in N_\varepsilon$ (gramatika G generuje ε), přidáváme nový neterminál S' a pravidla $S' \rightarrow \varepsilon \mid S$. Výsledkem algoritmu z přednášky (8. přednáška, slajd 4) je poté gramatika:

$$\begin{aligned}
 G_1 &= (\{S', S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P_1, S'), \\
 P_1 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid S, \\
 &\quad S \rightarrow CB \mid C \mid B \mid cab, \\
 &\quad A \rightarrow EbD \mid Eb \mid aa, \\
 &\quad B \rightarrow A \mid Cb \mid b, \\
 &\quad C \rightarrow BbA \mid bA \mid Bb \mid b, \\
 &\quad D \rightarrow aaaD \mid aaa, \\
 &\quad E \rightarrow aE \mid bFa \mid aDF \mid aF \mid bDE \mid bE, \\
 &\quad F \rightarrow bEaa \mid Fa \}.
 \end{aligned}$$

Jméno:

UČO:

0007

list

2

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo listu vyplňte
zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

Druhým krokem je odstranění jednoduchých pravidel. Algoritmus z přednášky můžeme použít, protože gramatika G_1 již neobsahuje ε -pravidla. Pro všechny neterminály $X \in N$ jsou množiny neterminálů, na něž lze neterminál X přepsat, následující:

$$N_{S'} = \{S', S, C, B, A\},$$

$$N_S = \{S, C, B, A\},$$

$$N_A = \{A\},$$

$$N_B = \{B, A\},$$

$$N_C = \{C\},$$

$$N_D = \{D\},$$

$$N_E = \{E\},$$

$$N_F = \{F\}.$$

Výsledkem algoritmu z přednášky (8. přednáška, slajd 8) je poté gramatika:

$$\begin{aligned} G_2 &= (\{S', S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P_2, S'), \\ P_2 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid CB \mid BbA \mid bA \mid Bb \mid b \mid Cb \mid cab \mid EbD \mid Eb \mid aa, \\ & S \rightarrow CB \mid BbA \mid bA \mid Bb \mid b \mid Cb \mid cab \mid EbD \mid Eb \mid aa, \\ & A \rightarrow EbD \mid Eb \mid aa, \\ & B \rightarrow EbD \mid Eb \mid aa \mid Cb \mid b, \\ & C \rightarrow BbA \mid bA \mid Bb \mid b, \\ & D \rightarrow aaaD \mid aaa, \\ & E \rightarrow aE \mid bFa \mid aDF \mid aF \mid bDE \mid bE, \\ & F \rightarrow bEaa \mid Fa \}. \end{aligned}$$

Třetím krokem je převod gramatiky na vlastní gramatiku. Na to potřebujeme odstranit nepoužitelné symboly. Začneme odstraněním nenormovaných neterminálů. Iterativně přidáváme do N_i neterminály, které lze v i krocích přepsat na řetězec terminálů. Výsledkem podle algoritmu z přednášky (7. přednáška, slajd 11) je množina:

$$N_e = \{S', S, A, B, C, D\}.$$

Neterminály E, F jsou tedy nenormované a z gramatiky je odstraníme. Výsledkem algoritmu z přednášky (7. přednáška, slajd 14) je poté gramatika:

$$\begin{aligned} G_{3a} &= (\{S', S, A, B, C, D\}, \{a, b, c\}, P_{3a}, S'), \\ P_{3a} &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid CB \mid BbA \mid bA \mid Bb \mid b \mid Cb \mid cab \mid aa, \\ & S \rightarrow CB \mid BbA \mid bA \mid Bb \mid b \mid Cb \mid cab \mid aa, \\ & A \rightarrow aa, \\ & B \rightarrow aa \mid Cb \mid b, \\ & C \rightarrow BbA \mid bA \mid Bb \mid b, \\ & D \rightarrow aaaD \mid aaa \}. \end{aligned}$$

Jméno:

UČO:

0007

list

3

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo listu vyplňte
zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

Dále odstraníme nedosažitelné symboly. Podle algoritmu z přednášky (7. přednáška, slajd 15) nejprve iterativně do množiny V_i přidáváme symboly (terminály i neterminály), kterých lze v i krocích z iniciálního neterminálu S' dosáhnout. Výsledná množina V_2 je tedy:

$$V_2 = \{S', C, B, A, a, b, c\}.$$

Nedosažitelné jsou tedy neterminály S, D , a tudíž je z gramatiky odstraníme. Výstupem algoritmu je poté gramatika:

$$\begin{aligned} G_3 &= (\{S', A, B, C\}, \{a, b, c\}, P_3, S'), \\ P_3 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid CB \mid BbA \mid bA \mid Bb \mid b \mid Cb \mid cab \mid aa, \\ & A \rightarrow aa, \\ & B \rightarrow aa \mid Cb \mid b, \\ & C \rightarrow BbA \mid bA \mid Bb \mid b \}. \end{aligned}$$

Posledním krokem je převod gramatiky G_3 do Chomského normální formy podle postupu předvedeného na přednášce (8. přednáška, slajd 4). Jelikož gramatika G_3 neobsahuje jednoduchá ani ε -pravidla, je také necyklická. Navíc neobsahuje ani nepoužitelné symboly, a tedy se jedná o vlastní gramatiku. Gramatiku G_3 tedy můžeme převést do CNF. Výsledkem tohoto algoritmu je gramatika:

$$\begin{aligned} G_4 &= (\{S', A, B, C, \langle bA \rangle, \langle ab \rangle, a', b', c'\}, \{a, b, c\}, P_4, S'), \\ P_4 &= \{ S' \rightarrow \varepsilon \mid CB \mid B\langle bA \rangle \mid b'A \mid Bb' \mid b \mid Cb' \mid c'\langle ab \rangle \mid a'a', \\ & A \rightarrow a'a', \\ & B \rightarrow a'a' \mid Cb' \mid b, \\ & C \rightarrow B\langle bA \rangle \mid b'A \mid Bb' \mid b, \\ & \langle bA \rangle \rightarrow b'A, \\ & \langle ab \rangle \rightarrow a'b', \\ & a' \rightarrow a, \\ & b' \rightarrow b, \\ & c' \rightarrow c. \}. \end{aligned}$$