

Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

2. [2 body] Necht' $\mathcal{A} = (\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, \{a, b, c\}, \{A, Z\}, \delta, 0, Z, \{5\})$ je zásobníkový automat, kde

$$\begin{aligned} \delta(0, a, Z) &= \{(1, Z)\} \\ \delta(0, b, Z) &= \{(2, Z)\} \\ \delta(0, a, A) &= \{(1, A)\} \\ \delta(0, b, A) &= \{(2, A)\} \\ \delta(1, a, Z) &= \{(0, A)\} \\ \delta(1, a, A) &= \{(0, AA)\} \\ \delta(2, a, Z) &= \{(3, Z)\} \\ \delta(2, a, A) &= \{(3, A)\} \\ \delta(3, a, Z) &= \{(4, Z)\} \\ \delta(3, a, A) &= \{(4, A)\} \\ \delta(4, c, Z) &= \{(5, Z)\} \\ \delta(4, c, A) &= \{(5, A)\} \\ \delta(5, c, A) &= \{(5, \varepsilon)\}. \end{aligned}$$

Určete, jaký jazyk akceptuje automat \mathcal{A}

- prázdným zásobníkem ($L_\varepsilon(\mathcal{A})$),
- koncovým stavem ($L(\mathcal{A})$).

Při analýze automatu \mathcal{A} si nejprve všimneme, že z jediného koncového stavu 5 neexistuje přechod do jiného stavu a zároveň je tento stav jediným stavem, ve kterém je možné ze zásobníku mazat. To znamená, že jazyky L_ε a L budou velice podobné, budou se primárně lišit ve tvaru sufixu slov, a to v počtu znaků c , jelikož je tato „umazávající“ smyčka v 5 právě pod c .

- Zároveň nám smyčka v 5 říká něco o tom, jak generované slovo $w \in L_\varepsilon$ začíná. Protože umíme mazat jenom pokud je na vrcholu zásobníku uloženo A a na zásobník přidávají tento symbol právě přechody pod a , slovo bude muset obsahovat znak a . Dokonce víme, že slovo w bude muset na a začínat, protože všechny přechody z 0 pod b vedou do stavu 2, kde již není možno na zásobník přidávat žádné symboly.

Slovo w tedy začíná na a . Jelikož na zásobníku je na začátku Z , přechod je dán deterministicky do stavu 1. V 1 můžeme číst jenom a a s uloženým Z opět přecházíme do 0, přitom Z přepisujeme na A .

Slovo w teď nutně začíná na aa . V 0 nyní už můžeme číst b , protože na zásobníku máme umazatelné A . Pokud ale načteme znovu a , po přesunutí do 1 nám jediný přechod pod a přidává na zásobník další A a vrací se opět do 0, z čehož se dá usoudit, že na začátku w bude vždy sudý počet a .

Přechodem z 0 pod b s vrcholem A se dostaneme do 2, ve kterém je možné načíst jenom a přechodem do stavu 3, kde nás další a přesune do stavu 4. V 4 je možné načíst jenom c .

Jméno:

UČO:

0007

líst

2

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte
zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

Slovo w tedy má prefix $a^{2n}baac$ pro nějaké $n \in \mathbb{N}, n > 0$. I když jsme v koncovém stavu, stále nemůžeme akceptovat, protože akceptujeme prázdným zásobníkem, ale zásobník prázdný není (na zásobníku v této chvíli musí být neprázdná sekvence A , zatím jsme žádné neumazali).

V 5 existuje jediný přechod, a to ten, který jsme analyzovali již na začátku. Každým načtením c umazeme jedno A ze zásobníku. Pro každou dvojici a jsme přidali právě jedno A a dvojic je n . Pro úplné vyprázdnění zásobníku musíme tedy načíst n znaků c , poté akceptujeme prázdným zásobníkem.

Tedy $L_\varepsilon(\mathcal{A}) = \{a^{2n} \cdot baac \cdot c^n \mid n > 0\}$.

- b) Rozdíl oproti předchozímu případu je v tom, že slovo může skončit a být akceptované jakmile jsme v akceptujícím stavu (5), nemusí obsahovat dostatek c na vyprázdnění zásobníku. Každým načtením c však musíme umazat A ze zásobníku, t.j. pro načtení jednoho c musí na zásobníku existovat aspoň jedno A a proto jich můžeme načíst nejvýše tolik, kolik dvojic a načtených dříve.

Dále již nevyžadujeme, aby na vrcholu zásobníku byl při prvním přechodu do 5 znak A . Z toho plyne, že znak b můžeme načíst hned jako první, tedy existuje cesta do 5 s vrcholem zásobníku Z . Tato cesta je dokonce stejná jak pro vrchol Z tak pro vrchol A (t.j. nezáleží na tom, jestli jsme začali b nebo dvojicemi znaků a tak, jak jsme to dělali v předchozím případě).

Celkem dostáváme $L(\mathcal{A}) = \{a^{2n} \cdot baac \cdot c^m \mid 0 \leq m \leq n\}$.