Jméno: **UČO:**

list *učo* *body*

Oblast strojově snímaných informací. Své učo a číslo listu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

1. [2 body] Nechť Σ je libovolná abeceda a R, L_1, L_2, D_1, D_2 jsou jazyky nad touto abecedou. O každém z následujících tvrzení rozhodněte, zda je pravdivé, a vaše tvrzení dokažte.

a) Jazyk R je regulární $\implies$ jazyk $\{a^n b^n c^n \mid n > 0\} \cap (\{c\}^+ \cdot R)$ je bezkontextový.

b) Jazyk $(L_1 \cup L_2)$ není bezkontextový $\implies$ jazyk L_1 není bezkontextový nebo jazyk L_2 není bezkontextový.

c) Jazyk D_1 je deterministický bezkontextový a jazyk R je regulární $\implies$ jazyk co$-(D_1 \cup R)$ je bezkontextový.

d) Jazyky D_1 a D_2 jsou deterministické bezkontextové $\implies$ jazyk (co$-D_1) \setminus D_2$ je bezkontextový.

Mohou se vám hodit známé jazyky a uzávěrové vlastnosti z přednášky a cvičení. Pokud použijete tyto jazyky, nemusíte dokazovat jejich vlastnosti deklarované na přednášce/cvičení. Podobně uzávěrové vlastnosti známé z přednášky/cvičení nemusíte dokazovat.

---

a) *platí*

Důkaz. Průnik $\{a^n b^n c^n \mid n > 0\} \cap (\{c\}^+ \cdot R)$ je prázdný, protože každé slovo z jazyka $\{a^n b^n c^n \mid n > 0\}$ začíná na a ale každé slovo z jazyka $(\{c\}^+ \cdot R)$ začíná na c (pro libovolný R). Dostáváme tedy „Jazyk R je regulární $\implies$ jazyk $\emptyset$ je bezkontextový". Prázdná množina je jistě regulární, a tedy i bezkontextová, a proto tvrzení platí. □

b) *platí*

Důkaz. Využijeme obměnu tvrzení: „Jazyk L_1 je bezkontextový a L_2 je bezkontextový $\implies$ jazyk $(L_1 \cup L_2)$ je bezkontextový." To již plyne přímo z toho, že třída bezkontextových jazyků je uzavřená na sjednocení. Tvrzení tedy platí. □

c) *platí*

Důkaz. Začneme tím, že si upravíme výsledný jazyk: co$-(D_1 \cup R) = ($co$-D_1) \cap ($co$-R)$. Dále jazyk co$-D_1$ je deterministický bezkontextový (DCFL), protože DCFL jsou uzavřeny na doplněk, a jazyk co$-R$ je regulární, protože regulární jazyky jsou taktéž uzavřeny na doplněk. Jazyk co$-D_1$ je také bezkontextový, protože každý DCFL je také bezkontextový. Bezkontextové jazyky jsou uzavřeny na průnik s regulárním, a tedy je co$-D_1 \cap$ co$-R$ bezkontextový. Tím pádem tvrzení platí. □

d) *neplatí*

Důkaz. Opět si upravíme výsledný jazyk: (co$-D_1) \setminus D_2 = ($co$-D_1) \cap ($co$-D_2)$. Nyní stačí vzít $D_1 =$ co$-\{a^n b^n c^m \mid m, n \geq 1\}$, $D_2 =$ co$-\{a^m b^n c^m \mid m, n \geq 1\}$. Jelikož doplňky těchto jazyků jsou DCFL (viz přednáška), jsou DCFL i tyto jazyky. Pak výsledkem průniku je jazyk $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$, který jistě není ani bezkontextový a tedy nemůže být DCFL. Našli jsme protipříklad, a tedy tvrzení neplatí. □

Oblast strojově snímaných informací, nezasahujte. ***Druhá strana se neskenuje.***