0007

list *učo* *body*

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad 1
20 bodů

Je dán jazyk $\mathcal{L} = \{P\}$ s rovností, kde P je unární predikátový symbol.
Definujte, co je realizace $\mathcal{M}$ jazyka $\mathcal{L}$.
Definujte, co je ohodnocení e v realizaci $\mathcal{M}$.
Definujte sémantiku formulí φ jazyka $\mathcal{L}$, tj. kdy platí $\mathcal{M} \models \varphi\,[e]$.

Příklad 2
10 bodů

Víme, že P je predikátový symbol a f, g jsou funkční symboly. O každém z následujících výrazů rozhodněte, zda se může jednat o term, a pokud ano, napište pro něj nějakou vytvořující posloupnost:
a) x;
b) $f(f(x), x)$;
c) $P(f(x), x)$;
d) $g(f(f(x)), y, f(x))$.

Příklad 3
12 bodů

Nechť $\curlywedge$ značí operátor NOR, tj. $\psi \curlywedge \xi \;\approx\; \neg(\psi \vee \xi)$. Dejte příklad formule φ systému $\mathcal{L}(\curlywedge)$ výrokové logiky, která je ekvivalentní formuli $(A \leftrightarrow B)$. Určete délku vaší formule φ.

Příklad 4
42 bodů

Je dán jazyk $\mathcal{L} = \{+, \cdot, f\}$ s rovností, kde všechny symboly jsou funkční s aritami po řadě 2, 2, 1. Uvažme jeho realizaci $\mathcal{R}$, kde nosičem je množina $\mathbb{R}$ všech reálných čísel, $+$ se realizuje jako sčítání, $\cdot$ jako násobení a f jako sinus.

Zadejte formuli $\varphi(x)$ jazyka $\mathcal{L}$ takovou, že pro každé ohodnocení e platí

$$\mathcal{R} \models \varphi\,[e], \text{ právě když } e(x) = \pi.$$

Dokažte, že každá formule s touto vlastností musí obsahovat symbol $\cdot$.

0007 *list* 3 *učo* *body*

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad 5
36 bodů

Je dán jazyk $\mathcal{L} = \{P, f, a, b, c\}$ s rovností; mimologické symboly popisuje tabulka:

symbol	typ	arita
P	predikátový	1
f	funkční	1
a, b, c	funkční	0

Uvažme teorii $T = \{P(a) \vee P(b),\ \ P(x) \to P(f(x)),\ \ f(f(x)) = c\}$ nad jazykem $\mathcal{L}$. Popište kanonickou strukturu $\mathcal{M}$ teorie T. Dokažte, že do $P_{\mathcal{M}}$ nepatří nic víc, než tvrdíte. Dále rozhodněte a dokažte, zda teorie T má model s nekonečným nosičem.

0007 *list* 4 *učo* *body*

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad 6
30 bodů

Je dán jazyk $\mathcal{L} = \{Q\}$ s rovností, kde Q je binární predikátový symbol. Rozhodněte a dokažte, zda existuje teorie T jazyka $\mathcal{L}$, jejíž modely jsou právě ty realizace $\mathcal{M}$ jazyka $\mathcal{L}$, kde $Q_{\mathcal{M}}$ je relace ekvivalence na nosiči M, která má:
a) právě dvě nekonečné třídy rozkladu;
b) právě dvě třídy rozkladu a obě jsou nekonečné.

Příklad 7
10 bodů

Nechť T je soubor formulí výrokové logiky a φ, ψ jsou libovolné formule. Rozhodněte a dokažte, zda nutně platí následující tvrzení:
a) Pokud $T \models \varphi \wedge \psi$, pak $T \models \varphi$ a $T \models \psi$.
b) Pokud $T \models \varphi \vee \psi$, pak $T \models \varphi$ nebo $T \models \psi$.