

Písenná práce MB103/MB203, FI MUNI, 3. ledna 2019

Příklad 1. Marek není moc zdatný snowboardář, spadne při čtyřech z pěti jízd na sjezdovce. Kolik jízd si má naplánovat, aby s pravděpodobností 95% zvládl sjet alespoň dvakrát bez pádu?

Poznámka. Za 5 bodů celkem. Použijte binomické rozdělení pravděpodobnosti pro modelování úlohy. Dva za dobře zvolený postup, tři za početní zvládnutí. Použijte přiloženou tabulku pro práci s distribuční funkcí normálního rozdělení.

Příklad 2. Najděte lokální extrémy funkce

$$f(x, y) = e^{-3xy^2} + xy.$$

Popište také chování funkce pro $x \rightarrow \infty$ a $y \rightarrow \infty$ při pevné hodnotě druhé proměnné.

Poznámka. Za 5 bodů celkem, jeden za správný postup řešení, jeden za kritické body, dva ze jejich úplnou analýzu, jeden za popis chování při velkých hodnotách argumentů.

Příklad 3. Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = \frac{y^2 + 1}{y(x + 1)}$$

splňující počáteční podmínku $y(1) = 0$.

Poznámka. 5 bodů celkem, 2 za správný postup, 2 za výpočet obecného řešení, 1 za nalezení správného řešení splňujícího předepsanou podmínku.

Příklad 4. Strana čtverce má náhodnou velikost X s hustotou

$$f_X(x) = \begin{cases} C \cos(x) & x \in [0, \pi/2] \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete konstantu C a hustotu rozdělení pravděpodobnosti pro plochu čtverce $Y = X^2$. Spočtěte také střední hodnotu a rozptyl EY a $\text{var } Y$.

Poznámka. 5 bodů celkem, tři za určení hustoty a správný postup, dva za správné zbylé odpovědi.