

Písemná práce MB103/MB203, FI MUNI, 31. ledna 2019

Příklad 1. Při 600 hodech kostkou padla jednička celkem 77 krát. Stanovte 99% interval spolehlivosti (symetrický) pro pravděpodobnost, že na kostce padne jednička. Co můžete na základě tohoto výsledku o kostce říci?

Poznámka. Za 5 bodů celkem, jeden za správnou volbu modelu, včetně aproximace normálním rozdělením, 3 za správný a úplný postup při sestavení intervalu spolehlivosti, 1 za smysluplný závěr o kostce.

Příklad 2. Najděte všechny lokální extrémy funkce

$$f(x, y) = e^{\frac{1}{4}x}(x^2 + y^2)$$

a popište chování funkce pro x nebo y jdoucí do $\pm\infty$.

Poznámka. Za 5 bodů celkem, 1,5 za správně určené kritické body, 2 za jejich úplnou analýzu, 1,5 za správně určené limity.

Příklad 3. Najděte obecné řešení $y(t)$ diferenciální rovnice

$$y' = -2xy + \cos x e^{-x^2}$$

a její řešení určené počáteční podmínkou $y(\pi/2) = 0$.

Poznámka. 5 bodů celkem, 1 za správný postup, 1 za výpočet obecného řešení homogenní úlohy, 2 za nalezení obecného řešení, 1 za nalezení správného řešení splňujícího předepsané podmínky.

Příklad 4. Trojúhelníková zahrada je ohraničena na sebe kolmými dvěma domy a plotem, který tvoří přeponu rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníka. Na zahradě se pohybuje pes, který je nejraději u plotu, s pravděpodobností klesající přibližně s kvadrátem vzdálenosti od plotu. Vzdálenost od vrcholu trojúhelníka mezi domy a plotem je 10 metrů. Modelujte rozdělení pravděpodobnosti výskytu psa pomocí hustoty

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x + y)^2 & \text{uvnitř trojúhelníka} \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

a spočtete pravděpodobnost, že je pes nejvýše 2 metry od plotu.

Poznámka. 5 bodů celkem, 1 za správný náčrtek situace a správně zvolený postup, 2 za správně spočtenou konstantu C , 2 za správný výpočet výsledku.