

Písemná práce MB103/MB203, FI MUNI, 7. února 2019

**Příklad 1.** Náhodná veličina  $X$  je definována jako hodnota kvadrátu výsledku při hodu poctivou šestihrannou kostkou. Spočítejte střední hodnotu a směrodatnou odchylku veličiny  $X$ .

Jaké budou střední hodnota a směrodatná odchylka pro veličinu  $Y$ , která je zadána jako součin hodnot při současném hodu dvěma kostkami?

**Poznámka.** Za 5 bodů celkem, dva body za výsledky pro veličinu  $X$ , tři body za výsledky pro veličinu  $Y$  (při složitějším výpočtu alespoň hodnotu odhadněte)

**Příklad 2.** Najděte všechny lokální extrémy funkce

$$f(x, y) = e^{xy}(x^2 + y^2)$$

a popište chování funkce pro  $x$  a  $y$  jdoucí zároveň do  $\pm\infty$ .

**Poznámka.** Za 5 bodů celkem, 1,5 za správně určené kritické body, 2 za jejich úplnou analýzu, 1,5 za správně určené limity.

**Příklad 3.** Najděte všechna řešení  $y(t)$  diferenciální rovnice

$$y'' + y' = \sin 2t$$

splňující počáteční podmínkou  $y(0) = 0$ .

**Poznámka.** 5 bodů celkem, 1 za správný postup, 1 za výpočet obecného řešení homogenní úlohy, 2 za nalezení obecného řešení, 1 za nalezení všech řešení splňujícího předepsané podmínky.

**Příklad 4.** Pravoúhlý trojúhelník má odvěsny o velikosti  $A$  a  $2A$ ,  $A > 0$ , a je vyroben z nehomogenního materiálu, jehož hustota roste kvadraticky od nuly ve vrcholu s pravým úhlem se vzdáleností od tohoto vrcholu. Určete těžiště trojúhelníku.

**Poznámka.** 5 bodů celkem, 1 za správnou volbu souřadného popisu (volte tak, aby hustota uvnitř trojúhelníku byla  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ), 2 za správný postup výpočtu (tj. nalezení správných integrálů), 2 za správné výpočty.