23. října 2018, Skupina D

Příklad 1._(2b.) Určete a v rovině načrtněte definiční obor funkce $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$_

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{xy}}{(xy)^2 - 1}.$$

Vyznačte, které části hranice definičního oboru do ní patří či nepatří.

Řešení. souřadnice x a y musí mít stejná znaménka a je třeba vyjmout bodu hyperboly $xy = \pm 1$. □

Příklad 2._(3b) Ukažte, že implicitní předpis_

$$x^3 - y^2 = 2$$

zadává jedinou funkci $x = x(y)$ pro všechna reálná y. Pomocí implicitního popisu spočtěte derivaci x' a určete, kde je tato funkce rostoucí a kde klesající.

Řešení. $x^3 - 2$ musí být nezáporné, pak $y = \pm\sqrt{x^3 - 2}$, což dává hledanou funkci, nejlépe načrtnout. Zbytek dle znaménka derivace. Nebo jde i přímo spočíst derivaci pro obecné y a z toho určit, že funkce klesá pro záporné a roste pro kladné, v nule se dopočítá a máme celou funkci. □

Příklad 3. _(5b.) Určete lokální extrémy funkce $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,_

$$f(x,y) = x^2 + xy^2 + (x-2)^2$$

na $\mathbb{R}^2$. Popište i chování funkce pro veliké hodnoty x nebo y.

Řešení. Nalezení tří stacionárních bodů $[1,0]$, $[0,2]$, $[0,-2]$ - 1.5 bodu. Sestavení matice druhých derivací - 1 bod. Jediný extrém je minimum ($[1,0]$), další body sedlové - 1.5 bodu. Zbyly bod za nejaky popis limitních hodnot. □