

Šestý dobrovolný domácí úkol

1. Dejte příklad dvou neizomorfních grup, které obsahují prvky právě stejných řádů (na počtu prvků daného řádu nezáleží).
2. Rozhodněte, zda množina

$$H = \left\{ \frac{s}{2^n} \mid s \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}_0 \right\} \times \mathbb{Z}$$

je podgrupa, případně normální podgrupa, grupy $(\mathbb{Q} \times \mathbb{Z}, *)$, kde $*$ je operace definovaná pro všechna $p, q \in \mathbb{Q}$ a $y, z \in \mathbb{Z}$ předpisem

$$(p, y) * (q, z) = (p + 2^y \cdot q, y + z).$$

3. Určete, které známé grupě je izomorfní grupa $(G, *)/H$, kde

$$G = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}, a \neq b\},$$

pro $(a, b), (c, d) \in G$ je $(a, b) * (c, d) = (b + ac - bc, b + ad - bd)$,

$$H = \{(a, a - 1) \mid a \in \mathbb{Q}\}.$$

Poznámka: nejdříve si ujasněte, jak vypadá neutrální prvek grupy G a jak v této grupě vypadají inverze.