

Jméno:

UČO:



líst



učo



body



Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

2. [2 body] Necht' L je libovolný jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$.

Mějme operaci $extend()$ takovou, že jazyk $R = extend(L)$ obsahuje pro každé slovo $w \in L$ množinu modifikovaných slov W' vzniklou tak, že každé písmeno ve slově w lze namnožit libovolně mnohokrát (nemůže se ale ztratit). Tedy například pro slovo $w = a$ dostáváme množinu slov $W' = \{a\}^+$.

Například:

$$\begin{aligned} extend(\{a\}) &= \{a\}^+ \\ extend(\{a, b\}) &= \{a\}^+ \cup \{b\}^+ \\ extend(\{ab, abb\}) &= \{a\}^+ \cdot \{b\}^+ \\ extend(\{\varepsilon\}) &= \{\varepsilon\} \\ extend(\emptyset) &= \emptyset \\ extend(\{aabb\}) &= \{a\} \cdot \{a\}^+ \cdot (\{bb\} \cdot \{b\}^+) \\ extend(\{aa\}^*) &= \{\varepsilon\} \cup (\{aa\} \cdot \{a\}^*) \\ extend(\{a\}^+ \cdot \{b\}^+) &= \{a\}^+ \cdot \{b\}^+ \end{aligned}$$

Vášim úkolem je rozhodnout, zda pro každý regulární jazyk L je jazyk $extend(L)$ taktéž regulární. Tedy zda je třída regulárních jazyků uzavřená na operaci $extend()$. Uveďte vaše rozhodnutí a odpověď dokažte, a to tak, že:

- Pokud rozhodnete, že třída regulárních jazyků není uzavřená na operaci $extend()$, najděte regulární jazyk L takový, že jazyk $extend(L)$ regulární není. Neregularitu $extend(L)$ dokažte buď odvoláním se na známe neregulární jazyky, nebo pomocí obměny lematu o vkládání (Pumping lemma) nebo použitím Myhillovy-Nerodovy věty.
- Pokud rozhodnete, že je, dokažte tvrzení například s pomocí známých uzávěrových vlastností třídy regulárních jazyků prezentovaných na přednášce, nebo konstruktivně popsáním algoritmu na transformaci nějakého formalizmu pro popis regulárních jazyků (například transformací automatu pro jazyk L na automat pro jazyk $extend(L)$).