

ZADÁNÍ 7. CVIČENÍ, PODZIM 2019

Toto cvičení je určeno k opakování a k dodělání příkladů z předchozích cvičení, které jste nestihli. Na závěr můžete spočítat dva příklady na použití válcových a sférických souřadnic v \mathbb{R}^3 .

Příklad 1. Určete objem tělesa v \mathbb{R}^3 , které je ohraničeno částí kužele

$$x^2 + y^2 = (z - 2)^2$$

a paraboloidem

$$x^2 + y^2 = 4 - z.$$

Nápověda. Použijte válcové souřadnice.

Výsledek. $\frac{5}{6}\pi$.

Příklad 2. Určete objem kulové výseče, kterou odřezává rovina $z = 1$ z koule

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2.$$

Nápověda. Použijte nejdříve sférické souřadnice k výpočtu objemu kulové výseče určené rovinou. Od tohoto objemu odečtěte objem kuželu s podstavou v dané rovině a vrcholem v počátku. Viz 8.71 v Drsné matematice.

Výsledek. $\frac{4}{3}(\sqrt{2} - 1)\pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{1}{3}\pi(4\sqrt{2} - 5)$.